

Cezar DUCA – coordonator
Virgil ATANASIU
Ioan DOROFTEI – coordonator grafică
Dumitru LEOHCHI – coordonator redactare
Cezar OPRIȘAN
Adrian POPOVICI
Viorel CIAUȘU
Emil BUDESCU
Florentin BUIUM
Eugen MERTICARU

mecanisme

ÎNDRUMAR DE LABORATOR

UNIVERSITATEA TEHNICĂ "GH. ASACHI" IAȘI

2004

CUPRINS

Cuprins	iii
Lucrarea nr. 1: Întocmirea schemelor cinematice și analiza structurală a mecanismelor	1
Lucrarea nr. 2: Analiza cinematică a mecanismelor prin metoda funcțiilor de transmitere	13
Lucrarea nr. 3: Analiza cinematică a mecanismelor cu roți dințate cu axe fixe ..	27
Lucrarea nr. 4: Analiza structurală și cinematică a mecanismelor planetare	37
Lucrarea nr. 5: Generarea danturii în evolventă prin metoda rulării	41
Lucrarea nr. 6: Reconstituirea parametrilor geometrici ai unui reductor uzat	59
Lucrarea nr. 7: Determinarea coeficientului de frecare redus în cuplele cinematice cu rulmenți	73
Lucrarea nr. 8: Determinarea randamentului mecanic al unui reductor melcat ..	83
Lucrarea nr. 9: Echilibrarea rotoarelor cu mase concentrate	93
Lucrarea nr. 10: Echilibrarea rotoarelor pe mașini de echilibrat	101
Bibliografie	107

ÎNTOCMIREA SCHEMELOR CINEMATICE ȘI ANALIZA STRUCTURALĂ A MECANISMELOR

1. ÎNTOCMIREA SCHEMELOR CINEMATICE

Schema cinematică a unui mecanism este o reprezentare convențională, simplificată a acestuia, din care trebuie să rezulte clar modul în care sunt legate elementele între ele, precum și tipul cuplelor cinematice utilizate în acest scop. Reprezentarea cuplelor cinematice și a elementelor se face cu ajutorul semnelor convenționale standardizate (STAS 1543-86). În Tab.1 se indică reprezentările convenționale pentru cuplele cinematice uzuale. În cazul mecanismelor spațiale, schema cinematică se poate construi în perspectivă sau proiectată pe planele de proiecție, după regulile geometriei descriptive.

Pentru formarea unei idei mai precise, privitoare la construcția și funcționarea mecanismului, schema cinematică se construiește la scară. Scara de reprezentare a unei mărimi fizice oarecare, se definește astfel:

$$k = \frac{\text{marimea reala [S.I]}}{\text{marimea reprezentativa [mm]}}$$



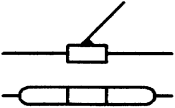
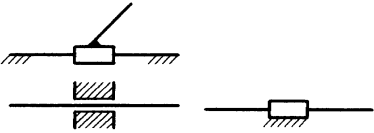
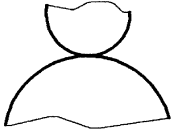

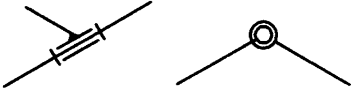
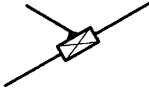

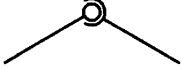
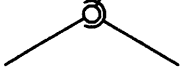

Particularizând această definiție, scara lungimilor, care intervine la reprezentarea schemelor cinematice, este:



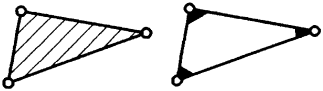

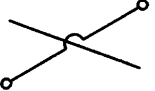
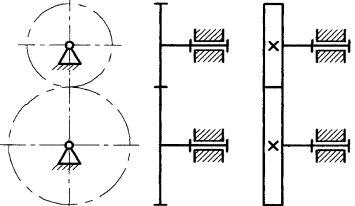
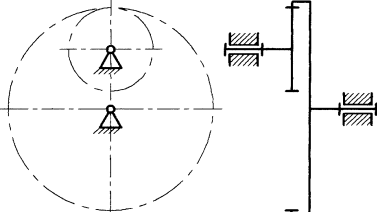
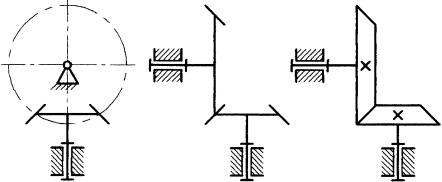
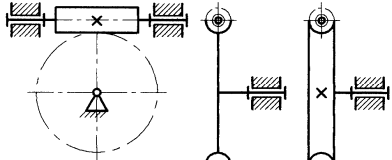
$$k_l = \frac{\text{lungimea reala [m]}}{\text{lungimea reprezentativa [mm]}}$$

Scara lungimilor trebuie aleasă astfel ca desenul să se încadreze în spațiul disponibil și să fie destul de mare pentru ca toate detaliile sale să poată fi reprezentate și studiate fără efort. Valoarea scării trebuie exprimată printr-un număr cu puține cifre semnificative, pentru că în felul acesta, calculele în care intervine scara se fac mai comod și cu precizie mai mare.

Pentru scara lungimilor se recomandă următoarele valori: $1 \cdot 10^n$, $2 \cdot 10^n$, $2,5 \cdot 10^n$, $3 \cdot 10^n$, $4 \cdot 10^n$, $5 \cdot 10^n$, $7 \cdot 10^n$, unde exponentul n poate fi orice număr întreg (pozitiv sau negativ). Este de remarcat că pentru o reprezentare în mărime naturală, scara lungimilor este $k_l = 0,001 \text{ m/mm}$.

Tabelul 1

	<p>Cuplă de rotație între două elemente mobile, în plan</p>
	<p>Cuplă de rotație între un element mobil și elementul fix, în plan</p>
	<p>Cuplă de translație între două elemente mobile, în plan</p>
	<p>Cuplă de translație între un element mobil și elementul fix, în plan</p>
	<p>Cuplă superioară plană (clasa 4)</p>
	<p>Cuplă superioară tachet cu vârf-camă</p>
	<p>Cuplă de rotație într-o schemă spațială</p>
	<p>Cuplă de translație într-o schemă spațială</p>
	<p>Cuplă cilindrică</p>
	<p>Cuplă sferică</p>
	<p>Cuplă sferică cu deget</p>
	<p>Cuplă elicoidală (șurub-piuliță)</p>

	Legătură rigidă
	Element cu două articulații
	Element cu trei articulații
	Element cu trei articulații coliniare
	Elemente independente încrucișate
	Angrenaj paralel, cilindric, exterior
	Angrenaj paralel, cilindric, interior
	Angrenaj conic
	Angrenaj melcat

Dimensiunile care trebuie transpuse la scară, în cadrul unei scheme cinematice, sunt acelea care determină poziția relativă a suprafețelor cuplelor cinematice în raport cu fiecare element.

În cazul mecanismelor cu cuple inferioare, poziția relativă dintre aceste suprafețe se definește prin distanțele și unghiurile dintre axele cuplelor de rotație și (sau) translație. Cazurile cele mai reprezentative sunt ilustrate în Fig.1.

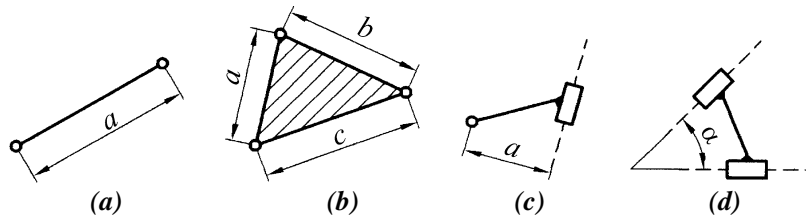


Fig. 1

În cazul mecanismelor cu came, o reprezentare corectă impune printre altele, desenarea la scară a profilului camei. În cazul în care cama se poate demonta, profilul se copiază în mărime naturală (scara 0,001 [m/mm]). Dacă acest lucru nu este posibil, trebuie transpuse la scară, cel puțin razele minimă și maximă, care se pot măsura, (Fig.2).

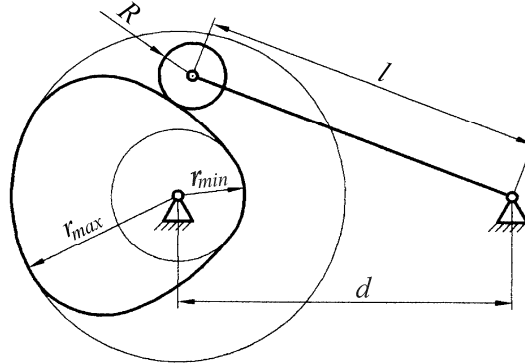
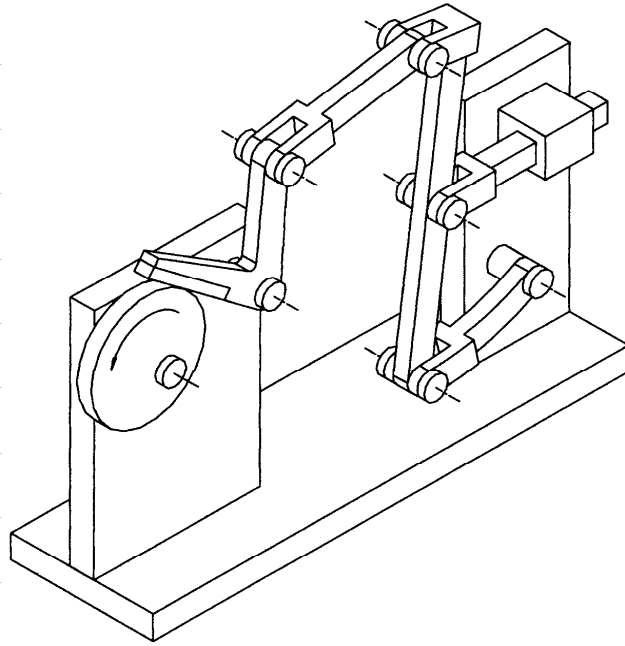


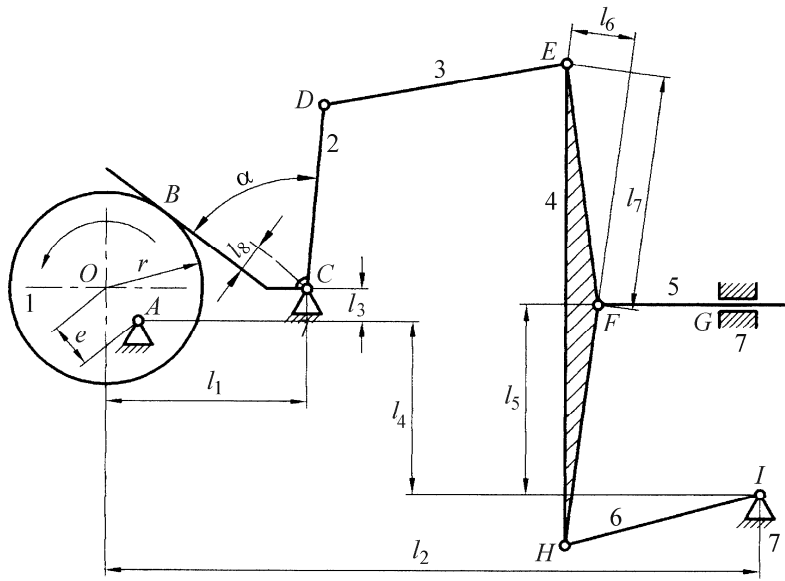
Fig. 2

Roțile dințate se reprezintă schematic prin suprafețele lor de rostogolire (Tab.1). De aceea, dimensiunile care se transpun la scară sunt diametrle de rostogolire. Este util să se scrie pe schemă și numerele de dinți ale roților – parametri constructivi esențiali pentru analiza cinematică a acestor mecanisme.

Pentru a exemplifica modul de întocmire a unei scheme cinematice la scară, se consideră mecanismul reprezentat în Fig.3.a printr-un desen constructiv. Într-o primă etapă se desenează schema cinematică fără a transpune dimensiunile la scară (Fig.3.b). Această schemă se notează și se cotează, punând în evidență distanțele și unghiurile



(a)



(b)

Fig. 3

care trebuie măsurate. Apoi se măsoară aceste elemente geometrice, pe mecanismul real, folosind instrumente adecvate (șublere, rulete, rigle gradate, raportoare), iar valorile obținute se înscriu într-un tabel. Pentru mecanismul din Fig.3 valorile elementelor geometrice sunt date în Tab.2. Se observă că între dimensiunile măsurate au fost incluse numai acelea care determină poziția relativă a suprafețelor cuplelor în cadrul fiecărui element. Nu s-au luat în considerare, de exemplu, grosimile elementelor, lungimea elementului 5 sau lungimea zonei de contact a cuplei de translație G. Pentru alegerea scării se identifică din Tab.2, cea mai mare dimensiune reală. Pentru cazul în discuție acesta este $l_2 = 1,10$ [m]. Se înțelege că gabaritul schemei pe care dorim s-o desenăm, depinde în mare măsură, de lungimea reprezentativă a acestei dimensiuni. Deci, dacă se alege rațional această lungime, se obține o schemă de dimensiuni adecvate. Pentru o schemă desenată pe un format A4 putem adopta o lungime reprezentativă $L_2 = 100$ [mm]. În felul acesta rezultă scara lungimilor:

$$k_l = \frac{l_2}{L_2} = \frac{1,10}{100} = 0,011 \text{ [m/mm]}.$$

Tabelul 2

	lungimi reale (m)	lungimi reprezentative (mm)
e	0,05	5
r	0,15	15
l_1	0,3	30
l_2	1,10	110
l_3	0,04	4
l_5	0,36	36
l_6	0,09	9
l_7	0,35	35
l_8	0,05	5
l_{CD}	0,29	29
L_{DE}	0,47	47
L_{FH}	0,44	44
L_{HI}	0,32	32
α	60°	

Se observă că această valoare nu se încadrează între valorile recomandate, menționate anterior. În acest caz se adoptă cea mai apropiată valoare recomandată, care este

$$k_l = 0,01 \text{ [m/mm]}.$$

Cunoscând valoarea scării, se calculează lungimile reprezentative pentru toate dimensiunile din Tab.2, utilizând formula de definiție a scării:

$$L = \frac{l}{k_l},$$

în care L este lungimea reprezentativă [mm], iar l – lungimea reală [m]. Astfel, de exemplu, lungimea L_l rezultă:

$$L_l = \frac{l_1}{k_l} = \frac{0,3}{0,01} = 30 \text{ [mm]}.$$

Valorile lungimilor reprezentative se înscriu, de asemenea, în Tab.2.

În final se desenează schema cinematică utilizând lungimile reprezentative din Tab.2. Construcția mecanismului se face pornind de la pozițiile date (alese) ale elementelor care formează cuplele conducătoare. Se aplică apoi procedeele de

determinare a pozițiilor, specifice fiecărei grupe structurale care intervine în construcția mecanismului.

2. ANALIZA STRUCTURALĂ

2.1 Calculul gradului de mobilitate

Problema este legată de stabilirea familiei mecanismului. Practic, încadrarea mecanismului în familia corespunzătoare, se face cunoscând faptul că anumite categorii de mecanisme aparțin unor familii bine precizate. Astfel, mecanismele plane (mișcarea tuturor elementelor este paralelă cu un plan fix) sunt de familia a 3-a; mecanismele sferice (toate elementele au un punct comun fix) sunt tot de familia a 3-a; mecanismele plane care au numai cuple de translație sunt de familia a 4-a; mecanismele care conțin elemente în mișcare generală spațială, sunt de familia 0 (zero).

După precizarea familiei se poate calcula gradul de mobilitate, utilizând formula generală:

$$M = (6 - f)(n - 1) - \sum_{k=f+1}^5 (k - f) \cdot c_k, \quad (1)$$

în care M reprezintă gradul de mobilitate, f – familia, n – numărul de elemente, iar c_k – numărul de cuple de clasă k . Menționăm că stabilirea clasei se face prin analiza mișcării relative dintre elemente atunci când cupla cinematică funcționează în mecanism.

În cazul mecanismelor de familia a 3-a, cele întâlnite mai frecvent, formula (1) se particularizează făcând $f = 3$:

$$M = 3(n - 1) - 2c_5 - c_4. \quad (2)$$

Pentru stabilirea parametrilor n , c_5 , c_4 , ...care intervin în formulele (1) și (2), elementele se notează cu cifre, iar cuplele cinematice cu litere mari așa cum se observă în Fig.3b.

În procesul de calcul al gradului de mobilitate pot interveni și situații particulare (lanțuri cinematice pasive, mobilități pasive, cuple duble) de care trebuie să se țină seama pentru a nu obține rezultate contradictorii.

Pentru exemplificare, vom calcula gradul de mobilitate al mecanismului plan ($f = 3$) din Fig.3b.

$$n = 7 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$$

$$c_5 = 8(A, C, D, E, F, G, H, I)$$

$$c_4 = 1(B)$$

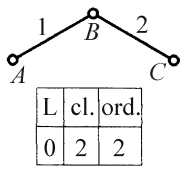
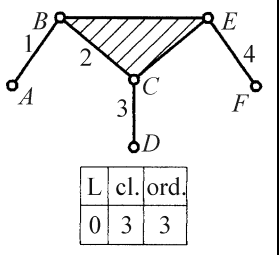
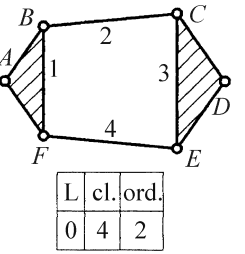
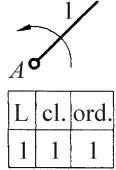
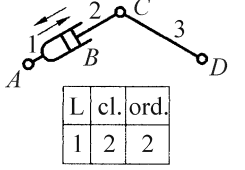
$$M = 3(n - 1) - 2c_5 - c_4 = 1.$$

2.2 Descompunerea mecanismului în grupe structurale

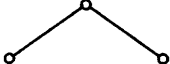
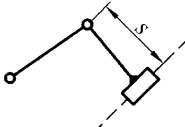
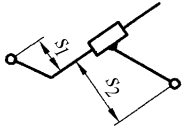
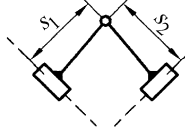
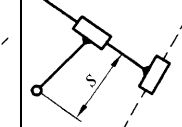
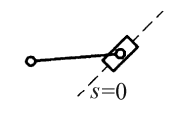
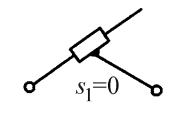
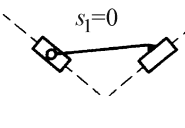
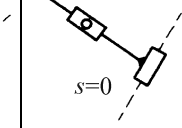
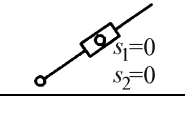
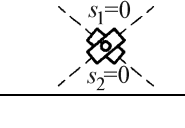
Această operație se aplică numai în cazul mecanismelor plane cu cuple inferioare și în cazul mecanismelor cu came, după ce se face transformarea cuplei superioare într-un lanț cinematic care conține numai cuple inferioare.

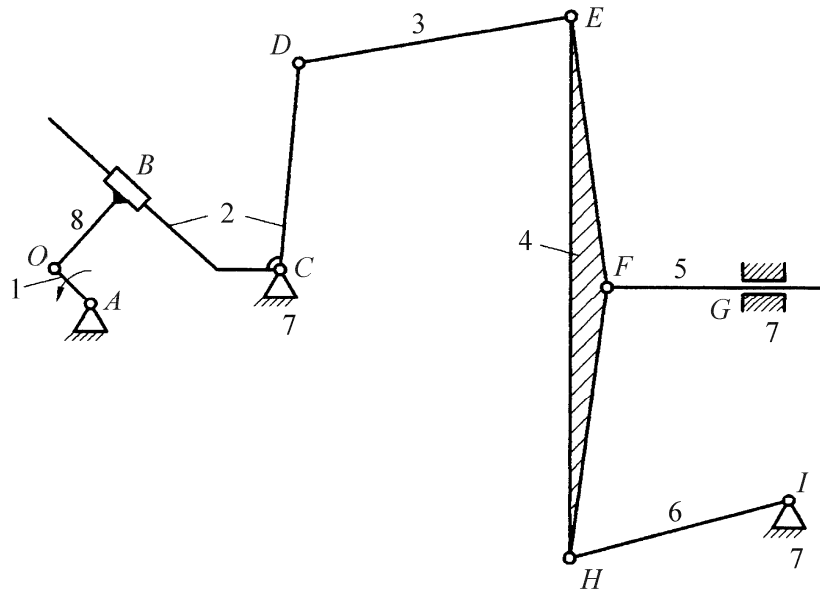
Descompunerea în grupe se face reconstituind procesul de formare al mecanismului, **prin legare succesivă de grupe structurale, pornind de la elementul fix**. Grupele structurale uzuale sunt indicate în Tab.3 și Tab.4, unde se precizează și modul lor de clasificare.

Tabelul 3

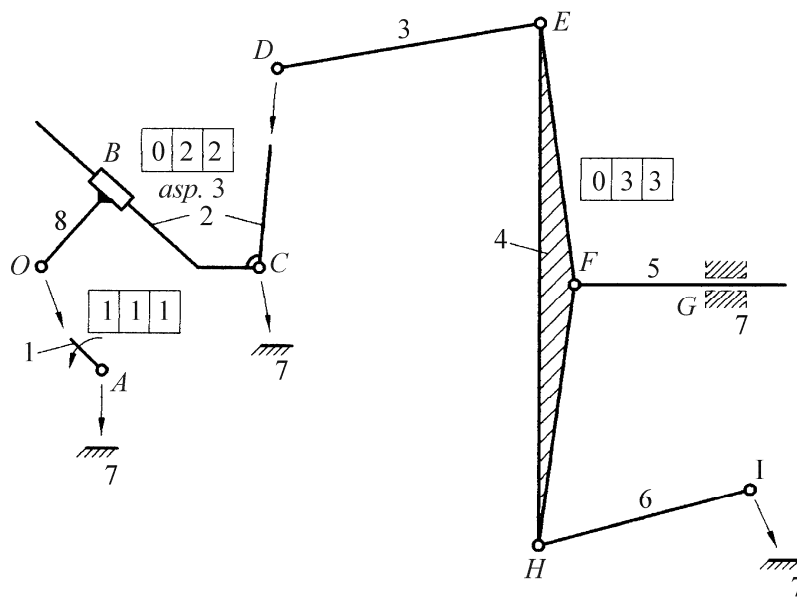
$L = 0$	$n = 2, c_5 = 3$	$n = 6, c_5 = 6$	
			
$L = 1$	$n = 1, c_5 = 1$	$n = 3, c_5 = 4$	
			

Tabelul 4

Aspect 1	Aspect 2	Aspect 3	Aspect 4	Aspect 5
				
				
				



(a)



(b)

Fig. 4

Cunoscând grupele componente se stabilește clasa mecanismului, care este egală cu clasa cea mai mare întâlnită la grupele sale.

Pentru exemplificare, în Fig.4a este reprezentată schema cinematică a mecanismului din Fig.3b, după transformarea cuplei superioare, iar în Fig.4b se arată modul de descompunere al acestui mecanism în grupe structurale. Mecanismul este de clasa a 3-a, deoarece conține grupe structurale de clasele 1, 2 și 3.

3. MODUL DE LUCRU

1) Se întocmește schema cinematică a mecanismului la scară. Această operație se execută în următoarele etape:

- Se desenează o schemă cinematică, fără a ține seama de dimensiuni, utilizând semnele convenționale din Tab.1.
- Se precizează dimensiunile care se vor transpune la scară și se măsoară aceste dimensiuni cu instrumente adecvate. Valorile reale măsurate se înscriu într-un tabel similar cu Tab.2.
- Se adoptă scara de reprezentare. Pentru aceasta se identifică în tabelul cu dimensiuni reale lungimea cea mai mare (l_{max}). Apoi se alege, în conformitate cu gabaritul pe care dorim să-l aibă schema cinematică, lungimea reprezentativă L_{max} – corespunzătoare celei mai mari lungimi reale. În funcție de aceste lungimi se calculează valoarea orientativă a scării:

$$k_1 = \frac{l_{max} [m]}{L_{max} [mm]},$$

și se adoptă cea mai apropiată valoare recomandată.

- Se calculează lungimile reprezentative pentru toate dimensiunile, folosind formula:

$$L[mm] = \frac{l[m]}{k_1}.$$

Valorile obținute se înscriu în același tabel, similar cu tabelul 2.

- Se construiește schema cinematică la scară utilizând lungimile reprezentative calculate anterior și înscrise în tabel.

2) Se calculează gradul de mobilitate al mecanismului. În acest scop se parcurg următoarele etape:

- Se notează, pe schema cinematică, elementele – cu cifre și cuplele cinematice – cu litere mari. Se stabilește numărul de elemente (n) și numărul de cuple cinematice de fiecare clasă (c_5, c_4, c_3, \dots).
- Se stabilește familia în care se încadrează mecanismul (f).
- Se calculează gradul de mobilitate utilizând formula (1).

3) Se face descompunerea mecanismului în grupe structurale. Această operație se aplică numai în cazul mecanismelor plane cu cuple inferioare și în cazul mecanismelor cu came. Etapele de lucru sunt următoarele:

- Se înlocuiesc cuplele superioare (dacă există) prin lanțuri cinematice care conțin numai cuple inferioare, întocmindu-se o nouă schemă cinematică.
- Se face descompunerea în ngrupe structurale, desenându-se separat grupele componente (după modelul din Fig.4b) și precizând, pentru fiecare, gradul de libertate, clasa, ordinul și aspectul.
- Se stabilește clasa mecanismului în funcție de clasele grupelor structurale componente.

4. MODEL DE REFERAT

Date de identificare: numărul și titlul lucrării; numele, prenumele și grupa; data efectuării lucrării și data predării referatului.

*

Pentru fiecare mecanism primit pentru studiu se prezintă următoarele rezultate:

- 1) Schema cinematică a mecanismului executată la scară și notată, cu valoarea scării trecută pe desen.
- 2) Calculul gradului de mobilitate indicându-se formula de calcul și valorile parametrilor care intervin în formulă.
- 3) Schema cinematică obținută după transformarea cuplei superioare în lanțuri cinematice cu cuple inferioare (această schemă nu trebuie executată la scară).
- 4) Schema cinematică cu grupele structurale puse în evidență separat după modelul din Fig.4b și precizarea clasei mecanismului.

ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMELOR PRIN METODA FUNCȚIILOR DE TRANSMITERERE

1. FUNCȚIILE DE TRANSMITERE

Funcțiile care exprimă corespondența dintre parametrul de poziție al elementului conducător (unghiul φ) și parametrii de poziție ai elementelor conduse, se numesc **funcții de transmitere de ordinul zero**. Dacă elementul condus are mișcare de translație, iar parametrul său de poziție este o coordonată liniară, s , funcția de transmitere de ordinul zero este $f_0 = s(\varphi)$. În cazul în care elementul condus are mișcare de rotație, parametrul de poziție este un unghi, notat ψ , iar funcția de transmitere de ordinul zero este $f_0 = \psi(\varphi)$. Vitezele (v , ω) și accelerațiile (a , ε) elementului condus se determină prin derivarea funcțiilor de transmitere de ordinul zero, în raport cu timpul, prin intermediul parametrului φ ,

$$\begin{cases} v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \cdot \omega_1 \\ \omega = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{d\varphi} \cdot \omega_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} a = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2s}{d\varphi^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{ds}{d\varphi} \cdot \varepsilon_1 \\ \varepsilon = \frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d\psi}{d\varphi} \cdot \varepsilon_1 \end{cases} \quad (2)$$

În aceste relații ω_1 și ε_1 reprezintă viteza unghiulară și accelerația unghiulară ale elementului conducător. Funcțiile $f_1 = \frac{ds}{d\varphi}(\varphi) \left[\frac{\text{m}}{\text{rad}} \right]$ și $f_1 = \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi) [-]$ se numesc **funcții de transmitere de ordinul unu**, iar funcțiile $f_2 = \frac{d^2s}{d\varphi^2}(\varphi) \left[\frac{\text{m}}{\text{rad}^2} \right]$ și

$$f_2 = \frac{d^2\psi}{d\varphi^2}(\varphi) \left[\frac{1}{\text{rad}} \right] \text{ se numesc } \mathbf{func\c tii\ de\ transmitere\ de\ ordinul\ doi}.$$

Relațiile (1) și (2) arată că, dacă se cunosc funcțiile de transmitere de ordinul unu și doi, se pot calcula cu ușurință vitezele și accelerațiile elementelor conduse, deoarece parametrii ω_1 și ε_1 sunt cunoscuți. În cazul în care mișcarea elementului conducător este uniformă ($\omega_1 = ct.$ și $\varepsilon_1 = 0$), vitezele și accelerațiile sunt proporționale cu funcțiile de transmitere de ordinul unu, respectiv doi.

Determinarea pe cale analitică a funcțiilor de transmitere de ordinul zero este de multe ori dificilă sau chiar imposibilă, datorită complexității mecanismului sau a lipsei unor parametri constructivi. Dacă, în schimb, avem la dispoziție mecanismul real sau un model al său, aceste funcții se pot determina pe cale experimentală. Pentru aceasta, elementul conducător se deplasează într-un șir de poziții succesive, atribuind unghiului φ un șir de valori cu pas constant. Pentru fiecare poziție a elementului conducător se măsoară parametrul de poziție al elementului condus (s sau ψ), utilizând instrumente adecvate. Astfel, se obțin funcțiile de transmitere de ordinul zero, definite prin valori discrete. Determinarea funcțiilor de transmitere de ordinul unu și doi se face, în acest caz prin derivare grafică, sau, mai avantajos, numerică. Având la dispoziție aceste funcții, se pot trasa diagramele lor, în limitele unui ciclu cinematic, care oferă o privire sintetică asupra funcționării cinematice a mecanismului.

2. DERIVAREA GRAFICĂ

2.1. Prezentarea procedurii

Pentru aplicarea derivării grafice, funcția de transmitere de ordinul zero $f_0(\varphi)$ trebuie reprezentată grafic pe baza datelor obținute prin măsurători, utilizând scările k_φ (pentru φ) și k_0 (pentru s sau ψ). Pe axa absciselor (Fig.1) se marchează un șir de puncte de diviziune, de preferință egale. Vom arăta cum se determină valoarea funcției $f_1 = \frac{df_0}{d\varphi}$, într-un punct oarecare, a_0 . Sub sistemul de coordonate $O\varphi f_0$ se adoptă sistemul $O_1\varphi f_1$ astfel încât axele $O f_0$ și $O_1 f_1$ să fie în prelungire. Se trasează apoi ordonata punctului a_0 și se marchează cu A_0 punctul de intersecție cu diagrama $f_0(\varphi)$. În acest punct se trasează o tangentă la curba $f_0(\varphi)$, care formează cu axa $O\varphi$ unghiul α . Se marchează un punct P_1 , pe axa absciselor din sistemul $O_1\varphi f_1$, situat în stânga punctului O_1 . Prin acest punct se trasează o paralelă la tangenta dusă prin A_0 , care intersectează axa $O_1 f_1$ în punctul A_1 . Prin acest punct se trasează o paralelă la axa $O_1\varphi_1$ care intersectează ordonata punctului A în punctul A_1 . Segmentul $a_1 A_1$

reprezintă derivata funcției f_0 , adică valoarea funcției f_1 . Scara de reprezentare a funcției f_1 este:

$$k_1 = \frac{f_1}{a_1 A_1} = \frac{\frac{k_0}{k_\varphi} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{h_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{k_0}{h_1 k_\varphi} \quad (3)$$

în care $h_1 = P_1 O_1$. Procedând în mod similar pentru toate punctele de diviziune, se trasează graficul $f_1(\varphi)$.

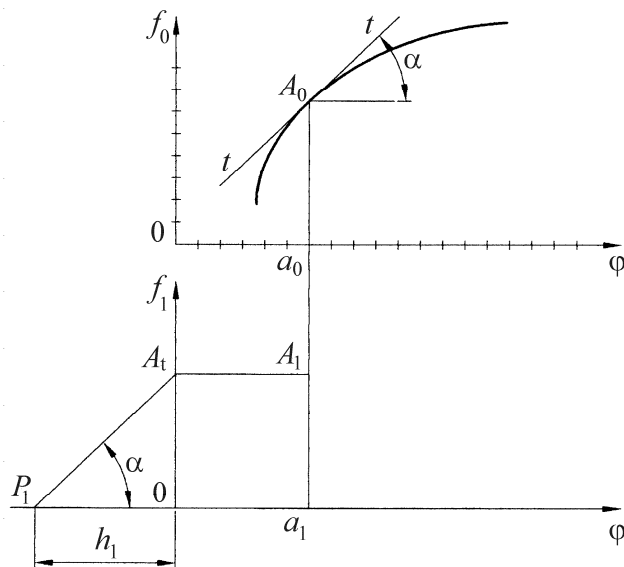


Fig. 1

Prin derivarea grafică a funcției $f_1(\varphi)$ se obține funcția $f_2(\varphi)$. Scara pentru această mărime este:

$$k_1 = \frac{k_1}{h_2 k_\varphi} = \frac{k_0}{h_1 h_2 k_\varphi^2}, \quad (4)$$

în care $h_2 = O_2 P_2$ este o distanță similară cu h_1 , care intervine la a doua derivare.

2.2. Modul de lucru

1) Se atribuie unghiului φ o variație discretă cu un pas constant de 5° sau 10° , la indicația conducătorului de lucrări. Pentru aceasta se utilizează instrumentul cu care este prevăzut modelul (cadran divizat sau cap divizor). Pentru fiecare poziție a elementului conducător, se determină parametrul de poziție al elementului condus, folosind, de asemenea, instrumente de măsură adecvate (raportoare, rigle gradate, șublere, comparatoare etc.). Datele obținute se înscriu într-un tabel de forma Tab.1a, dacă elementul condus are mișcare de translație sau Tab.1b, dacă are mișcare de rotație.

Tabelul 1a

φ [grade]	0°	5°	10°	...
s [mm]				

Tabelul 1b

φ [grade]	0°	5°	10°	...
ψ [grade]				

Acest tabel definește funcția de transmitere de ordinul zero, $f_0 = s(\varphi)$ sau $f_0 = \psi(\varphi)$, prin valori discrete.

2) Se reprezintă grafic funcția de transmitere de ordinul zero, prin puncte, într-un sistem cartezian de coordonate, $O\varphi f_0$ ($f_0 = s$ sau $f_0 = \psi$). Scările pentru φ , k_φ [grade/mm], pentru s , k_0 [m/mm] și ψ , k_ψ [grade/mm] se aleg în așa fel încât graficul să aibă dimensiuni echilibrate pe cele două axe. Se recomandă de asemenea valori extrase din seria: $1 \cdot 10^n$, $2 \cdot 10^n$, $2,5 \cdot 10^n$, $3 \cdot 10^n$, $5 \cdot 10^n$, $7 \cdot 10^n$ (n – orice număr întreg, pozitiv sau negativ). Pe același format (se recomandă A3) se trasează sistemele $O_1\varphi f_1$ ($f_1 = \frac{ds}{d\varphi}$ sau $f_1 = \frac{d\psi}{d\varphi}$) și $O_2\varphi f_2$ ($f_2 = \frac{d^2s}{d\varphi^2}$ sau $f_2 = \frac{d^2\psi}{d\varphi^2}$) cu axele $O f_0$, $O_1 f_1$ și $O_2 f_2$ în prelungire, ca în Fig. 2. Sistemele se amplasează astfel încât în partea stângă a formatului să rămână un spațiu de 40-50 mm, necesar pentru poziționarea punctelor P_1 și P_2 (Fig. 2).

3) Se derivează grafic funcția $f_0(\varphi)$, după procedeul descris anterior, pentru a determina funcția $f_1(\varphi)$. Pentru a obține o diagramă de dimensiuni potrivite, se identifică tangenta cea mai înclinată, care formează cu abscisa unghiul α_{\max} . Această tangentă determină valoarea maximă a funcției f_1 reprezentată în desen prin segmentul $(O_1 A_1)_{\max}$. Acest segment se alege convenabil, după care se calculează h_1 ,

$$h_1 = \frac{(O_1 A_t)_{\max} [\text{mm}]}{\text{tg} \alpha_{\max}} [\text{mm}] \quad (5)$$

și apoi, scara k_1 , cu formula (3) care se adaptează în funcție de tipul mișcării elementului condus.

- mișcare de translație:

$$k_1 \left[\frac{\text{m}}{\text{rad} \times \text{mm}} \right] = \frac{k_s \left[\frac{\text{m}}{\text{mm}} \right]}{h_1 [\text{mm}] \cdot k_\varphi \left[\frac{\text{rad}}{\text{mm}} \right]} \quad (6)$$

- mișcare de rotație:

$$k_1 \left[\frac{1}{\text{mm}} \right] = \frac{k_v \left[\frac{\text{rad}}{\text{mm}} \right]}{h_1 [\text{mm}] \cdot k_\varphi \left[\frac{\text{rad}}{\text{mm}} \right]} \quad (7)$$

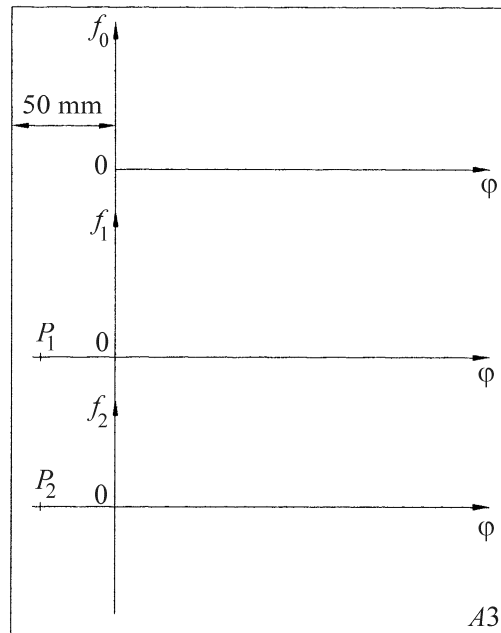


Fig. 2

În continuare, se adoptă pentru k_1 cea mai apropiată valoare recomandată și, în funcție de aceasta, se recalculează distanța h_1 ,

$$h_1 = \frac{k_s}{k_1 k_\varphi} \text{ sau } h_1 = \frac{k_\psi}{k_1 k_\varphi}. \quad (8)$$

Deși, pentru diagramele inițiale $s(\varphi)$ sau $\psi(\varphi)$ se pot folosi, pentru φ și ψ , scări măsurate în $\left[\frac{\text{grade}}{\text{mm}} \right]$, în formulele (6) și (7) aceste scări trebuie introduse în $\left[\frac{\text{rad}}{\text{mm}} \right]$. Între valorile lor există relațiile evidente

$$k_\varphi \left[\frac{\text{rad}}{\text{mm}} \right] = k_\varphi \left[\frac{\text{grade}}{\text{mm}} \right] \cdot \frac{\pi}{180}. \quad (9)$$

$$k_\psi \left[\frac{\text{rad}}{\text{mm}} \right] = k_\psi \left[\frac{\text{grade}}{\text{mm}} \right] \cdot \frac{\pi}{180}. \quad (10)$$

4) Se derivează grafic funcția $f_1(\varphi)$, pentru a obține funcția $f_2(\varphi)$, respectând indicațiile de la punctul 3). Relațiile dintre scara k_2 și distanța h_2 sunt următoarele

- mișcare de translație:

$$k_2 \left[\frac{\text{m}}{\text{rad}^2 \times \text{mm}} \right] = \frac{k_1 \left[\frac{\text{m}}{\text{rad} \times \text{mm}} \right]}{h_2 [\text{mm}] \cdot k_\varphi \left[\frac{\text{rad}}{\text{mm}} \right]}. \quad (11)$$

- mișcare de rotație:

$$k_2 \left[\frac{1}{\text{rad} \times \text{mm}} \right] = \frac{k_1 \left[\frac{1}{\text{mm}} \right]}{h_2 [\text{mm}] \cdot k_\varphi \left[\frac{\text{rad}}{\text{mm}} \right]}. \quad (12)$$

5) Scările pentru toate mărimile reprezentate (k_s, k_φ, k_1, k_2) sau ($k_\psi, k_\varphi, k_1, k_2$) se trec pe desen însoțite de unitățile de măsură.

3. DERIVAREA NUMERICĂ

Calculul derivatei unei funcții într-un punct, prin metode numerice, presupune cunoașterea expresiei analitice a funcției sau aunei funcții care o aproximează pe

prima în vecinătatea punctului. Derivarea numerică nu reclamă cunoașterea expresiei analitice a funcției derivate. Dacă funcția este dată prin valori discrete, ca în cazul nostru, trebuie efectuată o aproximare a acesteia printr-o funcție continuă și derivabilă. Ambele operații – aproximarea și derivarea numerică – se pot executa cu ajutorul programelor utilitare de matematică de tip MATHCAD, MATLAB, etc. Trebuie menționat că aproximarea globală a unei funcții de transmitere de ordinul zero, pentru o rotație completă a elementului conducător ($\varphi \in [0, 2\pi]$), este dificilă, mai ales dacă există staționări. În acest caz se face o analiză preliminară a funcției, pentru descompunerea acesteia în faze. O fază este determinată de o deplasare într-un singur sens, sau de o staționare. Apoi, pentru fiecare fază de deplasare (fazele de staționare sunt banale) se face aproximarea și derivarea în mod separat.

Pentru exemplificare se prezintă un program și un exemplu de rezolvare numerică a unei probleme de analiză cinematică.

Să presupunem că s-a parcurs prima etapă indicată la modul de lucru, care constă în obținerea funcției de transmitere de ordinul zero, $s(\varphi)$ prin valori discrete – Tab.2.

Tabelul 2

i	0	1	2	3	4	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
$\varphi [^\circ]$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	
$s [mm]$	2,6	2,8	3,07	3,56	4,27	5,52	6,62	8,34	9,64	11,98	13,71	16,8	18,2	20,68	22,7	
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	
25,38	27,4	30	32,09	34,4	36,29	38,3	39,64	41,2	42,13	43	43,3	43,3	43,3	43,3	43,3	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	
155	160	165	170	175	180	185	190	200	205	210	215	220	225	230	235	
43,3	43,3	43,3	43,3	43,3	43,3	43,3	43,3	43,3	43,3	42,5	41,1	39,73	37,57	34,92	31,67	
47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
240	245	250	255	260	265	270	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320
27,97	24,4	20,4	16,81	13,01	10,1	6,87	4,71	3	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6
64	65	66	67	68	69	70	71	72								
325	330	335	340	345	350	355	360	0								
2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6								

Pe lângă valorile φ și s , în Tab.2 se indică și variabila i , care numerotează punctele de măsurare începând de la 0(zero) și care este utilizată în program. Pentru înțelegerea programului, acesta este descompus în secvențe și conține comentarii explicative.

4. MODEL DE REFERAT

Date de identificare: titlul și numărul lucrării; numele, prenumele, grupa; data efectuării lucrării și data predării referatului.

*

1) Schema cinematică a mecanismului de analizat, pe care se indică parametrii măsurați;

2) Tabelul cu datele măsurate, după modelul Tab.1a sau Tab.1b, care definește funcția de transmitere de ordinul zero;

3) Diagramele funcțiilor de transmitere. Dacă prelucrarea datelor se face pe cale grafică, pe desen se scriu valorile scărilor. Dacă prelucrarea se face numeric, se atașează programul cu datele numerice utilizate.

ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMELOR CU ROȚI DINȚATE CU AXE FIXE

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Mecanismele cu roți dințate cu axe fixe pot fi **elementare (angrenaje)** sau **complexe**.

Un mecanism elementar (angrenaj) este format din două roți dințate în mișcare de rotație în jurul a două axe cu poziție relativă invariabilă, una antrenând-o pe cealaltă prin acțiunea dinților aflați succesiv și continuu în contact (STAS 915-2 – 81). Mecanismele elementare pot avea axele de rotație paralele (angrenaje cilindrice), concurente (angrenaje conice) sau încrucișate, neparalele și neconcurente (angrenaje elicoidale, hipoide, melcate).

Raportul de transmitere al unui angrenaj, indiferent de poziția relativă a axelor, se definește prin relația:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (1)$$

în care ω_1 este viteza unghiulară, în modul, a roții conducătoare, iar ω_2 - viteza unghiulară, în modul, a roții conduse și se calculează cu relația:

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} \quad (2)$$

în care z_1 și z_2 sunt numerele de dinți ale celor două roți.

În cazul angrenajelor paralele, unde sensurile de rotație sunt comparabile și pot fi asociate, convențional, cu semnele vitezelor unghiulare, raportul de transmitere se poate defini și astfel:

$$\tilde{i}_{12} = \frac{\tilde{\omega}_1}{\tilde{\omega}_2} \quad (3)$$

în care $\tilde{\omega}_1$, $\tilde{\omega}_2$ și \tilde{i}_{12} sunt scalari cu semn. Din formula (3) rezultă că raportul de transmitere este negativ când cele două roți se rotesc în sensuri opuse, iar angrenajul

este exterior (Fig. 1a) și pozitiv când se rotesc în același sens, iar angrenajul este interior (Fig. 1b).

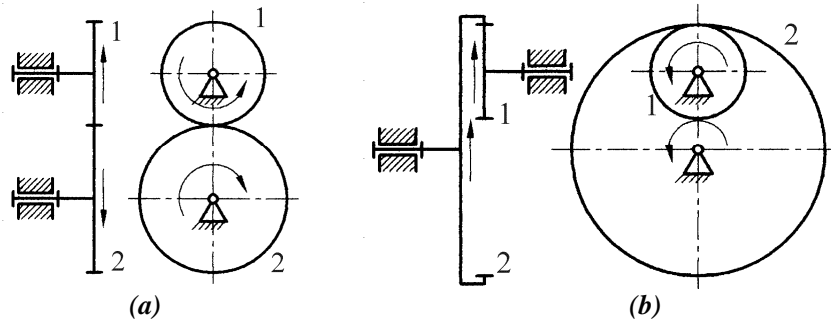


Fig. 1

Ca urmare, formulele de calcul sunt:

- angrenaje exterioare $i_{12} = -\frac{z_2}{z_1}$ (4)

- angrenaje interioare $i_{12} = +\frac{z_2}{z_1}$. (5)

Subliniem că expresiile (1) și (2) se pot folosi pentru orice tip de angrenaj, dar nu oferă informații despre sensurile de rotație ale roților, iar expresiile (3), (4) și (5) se pot utiliza numai pentru angrenaje paralele și oferă aceste informații. Sensurile de rotație se pun în evidență, pe desen, cu ajutorul unor săgeți curbe, când axele de rotație sunt perpendiculare pe planul desenului. Dacă axa de rotație este în planul desenului, semnul de rotație se indică printr-o săgeată dreaptă care arată orientarea vitezei punctului de pe periferia roții cel mai apropiat de observator (Fig. 1, Fig. 2).

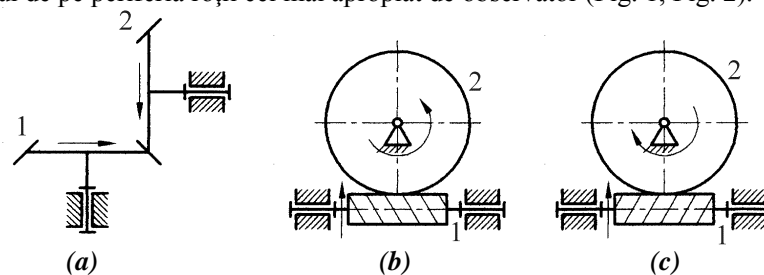


Fig. 2

Mecanismele complexe, numite și **trenuri de roți dințate**, se formează prin legarea în serie a mecanismelor elementare, astfel încât elementul condus al unui angrenaj component este cuplat (solidarizat) cu elementul conducător al angrenajului

următor. **Raportul de transmitere global** al unui angrenaj complex se definește prin expresia:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (6)$$

în care ω_1 este viteza unghiulară, în modul, a elementului conducător, iar ω_n - viteza unghiulară (în modul) a elementului condus.

Raportul de transmitere i_{1n} se calculează ca produsul rapoartelor de transmitere ale mecanismelor elementare componente, considerate în modul.

Dacă elementele 1 și n au axele paralele, raportul de transmitere se poate defini considerând vitezele unghiulare scalari cu semn,

$$\tilde{i}_{1n} = \frac{\tilde{\omega}_1}{\tilde{\omega}_n} \quad (7)$$

Desigur, \tilde{i}_{1n} este pozitiv dacă elementele 1 și n se rotesc în același sens și negativ, dacă se rotesc în sensuri opuse. Calculul raportului de transmitere se face în funcție de structura mecanismului. Dacă mecanismul complex este format numai din angrenaje paralele, se utilizează următoarea regulă:

Raportul de transmitere \tilde{i}_{1n} este egal cu produsul rapoartelor de transmitere ale angrenajelor componente, luate cu semnul lor. În felul acesta se obține atât valoarea, cât și semnul raportului de transmitere global.

Dacă mecanismul complex este format din angrenaje de diverse tipuri, din punctul de vedere al poziției relative a axelor, raportul de transmitere global se calculează în două etape:

1) Se calculează i_{1n} ca produs al rapoartelor de transmitere parțiale considerate în modul.

2) Se stabilește semnul raportului de transmitere global, făcând o analiză a transmiterii mișcării pentru fiecare angrenaj component. Pentru aceasta, se consideră un sens arbitrar pentru mișcarea elementului 1 și se stabilește, din aproape în aproape, sensul de rotație pentru fiecare element, până la elementul n. În final se compară sensul de rotație al elementului 1 cu cel al elementului n. Dacă cele două elemente au același sens de rotație, raportul de transmitere global are semnul (+), iar dacă au sensuri opuse, se reține semnul (-). Pentru exemplificare, se determină raportul de transmitere pentru mecanismele din Fig. 3.

Ambele mecanisme au axele de rotație ale elementelor conducător, 1, și condus, 4, - paralele. Prin urmare raportul de transmitere global se poate defini cu expresia (7). Mecanismul din Fig. 3a este format din trei angrenaje cu axele de rotație paralele. Aplicând regula indicată pentru acest caz se obține:

$$\tilde{i}_{14} = \tilde{i}_{12} \cdot \tilde{i}_{23} \cdot \tilde{i}_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(+\frac{z_3}{z_2} \right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = +\frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}$$

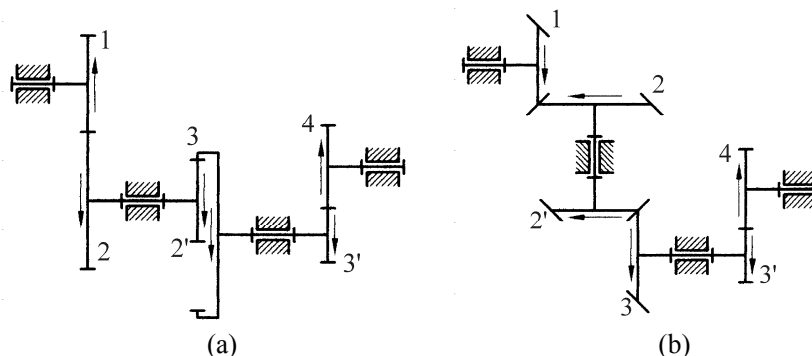


Fig. 3

Deoarece rezultatul este pozitiv, înseamnă că roțile 1 și 4 se rotesc în același sens.

Mecanismul din Fig. 3b este format din două angrenaje concurente și unul paralel, astfel încât raportul de transmitere global se calculează în două etape,

$$1) i_{14} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_3}{z_2'} \right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3'} \right) = \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_2' \cdot z_3'}$$

2) Analiza transmiterii mișcării, din aproape în aproape (Fig. 3b) arată că elementele 1 și 4 se rotesc în sensuri contrare, deci trebuie reținut semnul (-),

$$\tilde{i}_{14} = -i_{14} = -\frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_2' \cdot z_3'}$$

*

Mecanismele cu roți dințate se folosesc, în general, pentru a transmite mișcarea de rotație de la motor la mecanismele de lucru și se mai numesc **transmisii**. Dacă raportul de transmitere este supraunitar, transmisiile sunt **reductoare** (reduc viteza unghiulară sau turația), iar dacă este subunitar – sunt **multiplicatoare** (multiplică viteza unghiulară sau turația). Reductoarele și multiplicatoarele se fabrică sub formă tipizată (STAS 6848 – 87), independent de instalațiile (mașinile) în care se folosesc. În felul acesta proiectantul poate alege, din cataloage, reductorul (multiplicatorul) cu caracteristicile funcționale (raportul de transmitere, puterea, etc.) adecvate condițiilor de utilizare.

În construcția de mașini se utilizează și transmisiile cu rapoarte de transmitere reglabile în trepte – numite **cutii de viteze**. Rolul lor este de realiza, la elementul condus, un număr finit de viteze (trepte) pentru aceeași viteză a elementului conducător sau a motorului. Reglarea raportului de transmitere (a vitezei) se face prin schimbarea poziției unor elemente, astfel încât să se obțină „trasee” diferite de

transmitere a mișcării. Fiecare traseu se asociază cu un mecanism cu roți dințate (elementar sau complex), caracterizat printr-un raport de transmitere.

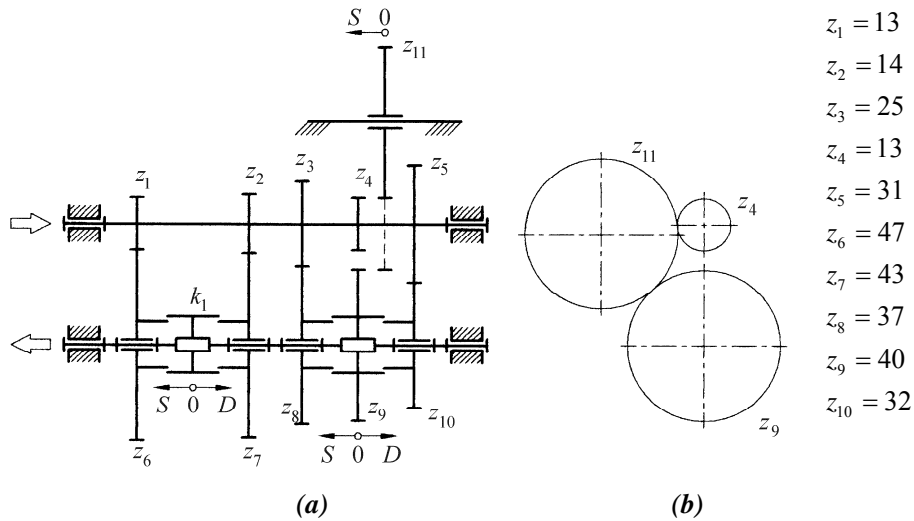


Fig. 4

În Fig. 4 este reprezentată o cutie de viteză auto. Se observă că roțile dințate sunt montate pe arbori în diverse moduri: roțile z_1, z_2, z_3, z_4 și z_5 sunt fixate pe arbori, roțile z_6, z_7, z_8 și z_{10} sunt articulate cu arborele (formează cuple de rotație), iar roata z_{11} formează cu arborele o cuplă cilindrică. În construcția cutiei de viteză intervin, pe lângă roțile dințate, și cuplaje. Acestea au rolul de a solidariza (cupla) două elemente care, altfel, au mișcări independente. Astfel, cuplajul k_1 , montat pe arbore printr-o cuplă de translație (caneluri), poate ocupa trei poziții: **0** (zero), **S** (stânga), **D** (dreapta). În poziția **0** (zero) nu are nici o funcție, în poziția **S** cuplează roata z_6 cu arborele, iar în poziția **D** cuplează roata z_7 cu arborele. Un al doilea cuplaj este solidar cu roata z_9 și are un rol asemănător. Trebuie de remarcat că mișcările de translație în lungul arborilor ale roților dințate și ale cuplajelor se execută în scopuri de reglare și nu în timpul funcționării. Elementele de reglare a raportului de transmitere (a vitezei) sunt cuplajul k_1 , roata cuplaj z_9 și roata z_{11} . Roata z_1 are axa de rotație într-un plan diferit de cel format de axele celorlalte roți (Fig. 4a). Această roată are două poziții: **0** (zero) – când nu angrenează și **S** (stânga) – când angrenează simultan cu roțile z_4 și z_9 (Fig.4b). Transmiterea mișcării de la arborele de intrare la arborele de ieșire se face când două dintre elementele de reglare sunt pe poziția **0** (zero), iar celălalt element este pe o poziție diferită de **0** (zero). În felul acesta, se obțin 5 rapoarte de transmitere, așa cum rezultă din Tabelul 1. Dacă toate elementele de reglare sunt pe poziția **0** (zero), mișcarea nu se poate transmite (punctul mort sau

mersul în gol). Structura mecanismului care transmite mișcarea, pentru fiecare raport de transmitere, se stabilește având în vedere că transmiterea mișcării se poate face numai de roțile fixate pe arbore – prin construcție sau cu ajutorul cuplajelor. Astfel în poziția $k_1 - S$, $z_9 - 0$, $z_{11} - 0$, mișcarea se transmite prin perechea de roți z_1, z_6 , deoarece roata z_6 este fixată pe arbore prin cuplajul k_1 . În Tabelul 1 sunt scrise expresiile rapoartelor de transmitere în funcție de numerele de dinți, din care rezultă și structura mecanismelor prin care se realizează aceste rapoarte.

Cutia poate realiza 4 viteze la mers înainte – corespunzătoare rapoartelor negative și o viteză de mers înapoi, cu raport de transmitere pozitiv.

Tabelul 1

Poziția elementului de reglare			Expresia raportului de transmitere	Valoarea raportului de transmitere
k_1	z_9	z_{11}		
S	0	0	$-\frac{z_6}{z_1}$	-3,61
D	0	0	$-\frac{z_7}{z_2}$	-2,26
0	S	0	$-\frac{z_8}{z_3}$	-1,48
0	D	0	$-\frac{z_{10}}{z_5}$	-1,03
0	0	S	$\left(-\frac{z_{11}}{z_4}\right) \cdot \left(-\frac{z_9}{z_{11}}\right) = \frac{z_9}{z_4}$	3,07
0	0	0	mers în gol	

2. MODUL DE LUCRU

Lucrarea constă în determinarea rapoartelor de transmitere pentru o cutie de viteză, aflată în stare secționată, a cărei structură se poate studia. Se recomandă parcurgerea următoarelor etape de lucru:

1) Se face corespondența cutiei de viteză oferite pentru studiu cu una dintre schemele cinematice din Fig. 5, 6, 7, 8, 9.

2) Se completează schema cinematică indicând modul de montare a roților dințate pe arbori. Problema se rezolvă prin observații directe asupra cutiei de viteze reale.

3) Se stabilește lanțul cinematic de transmitere a mișcării (perechile de roți) pentru fiecare poziție de reglare. Se precizează că în pozițiile de transmitere a mișcării numai unul dintre elementele de reglare trebuie pus pe o poziție diferită de 0 (zero).

4) Pentru fiecare poziție de reglare se scriu expresiile rapoartelor de transmitere și se calculează valorile lor. Rezultatele se înscriu într-un tabel similar cu Tabelul 1.

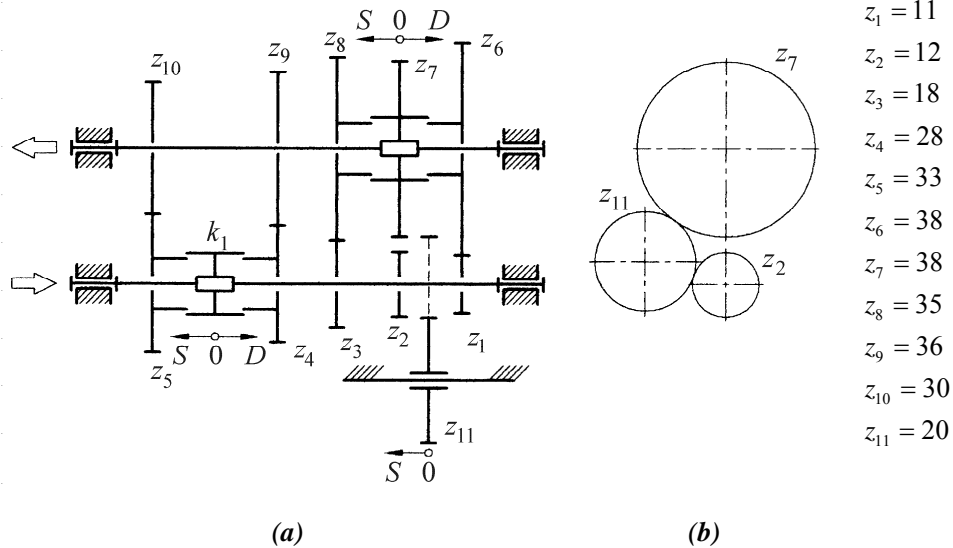


Fig. 5

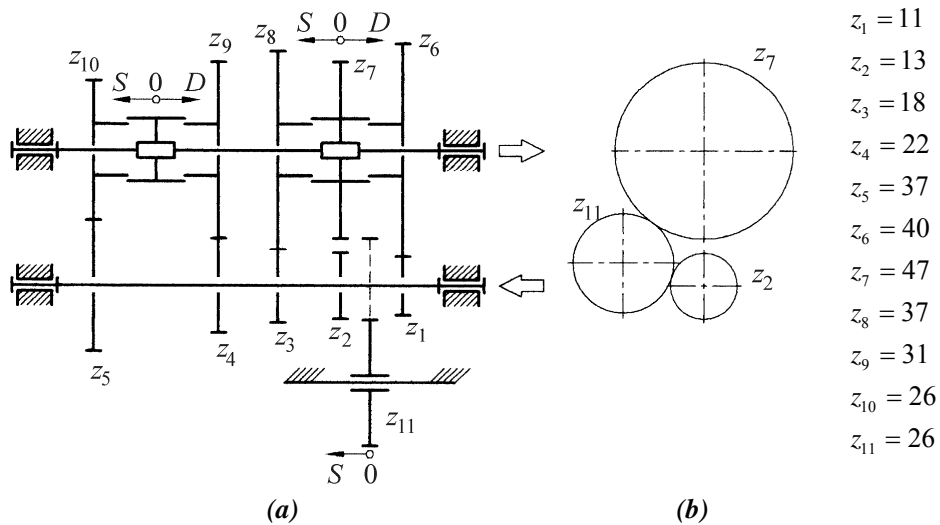


Fig. 6

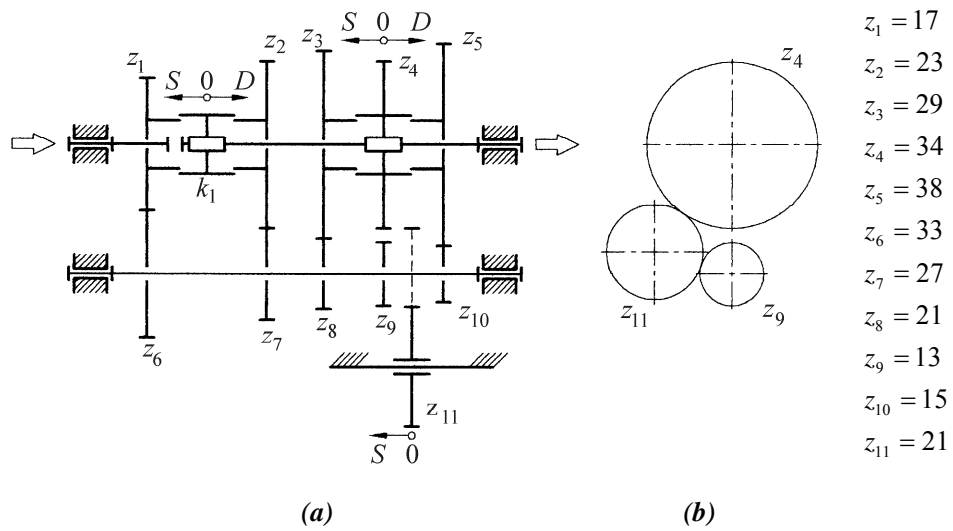


Fig. 7

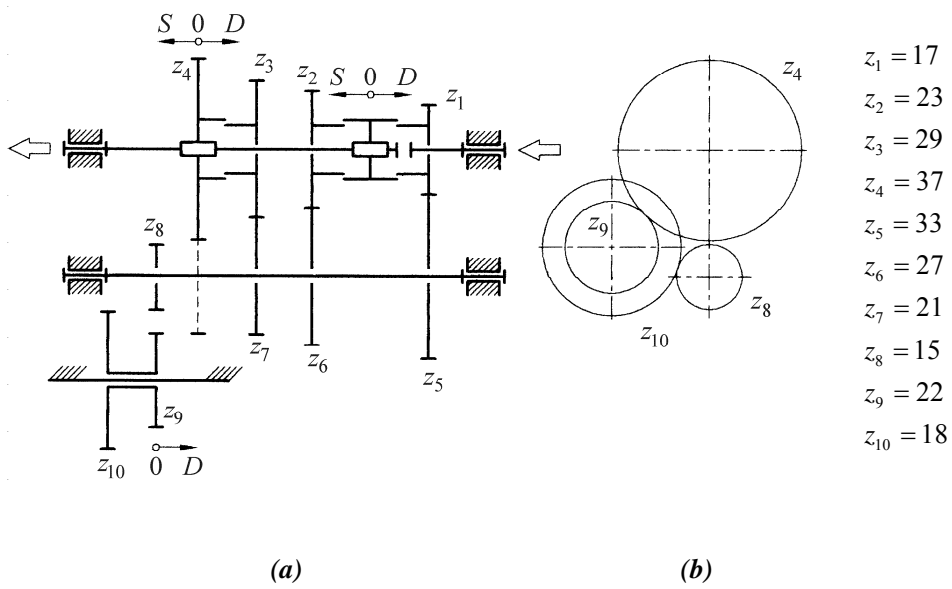


Fig. 8

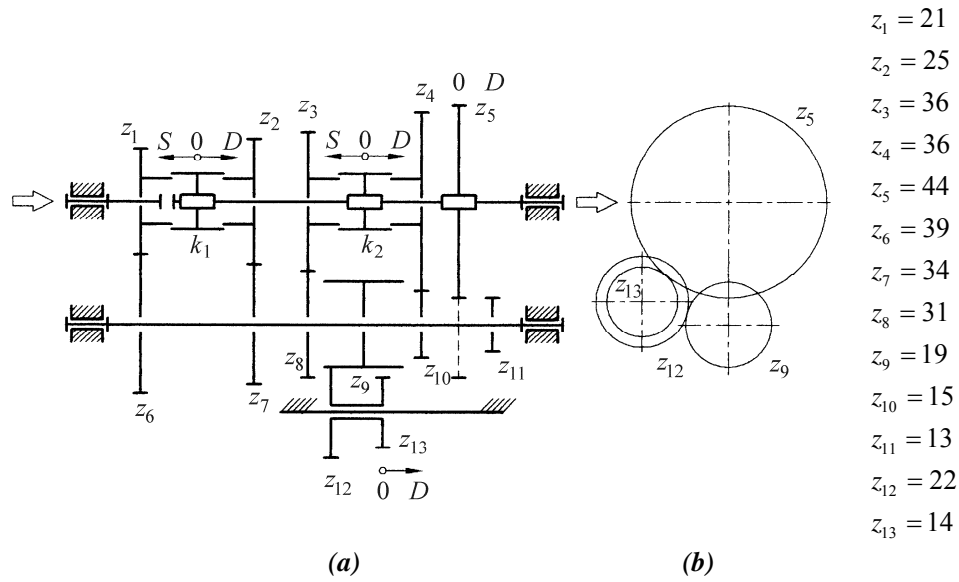


Fig. 9

3. MODEL DE REFERAT

Date de identificare: numărul și titlul lucrării; numele, prenumele și grupa; data efectuării lucrării și data predării referatului.

*

- 1) Schema completă a cutiei de viteze.
- 2) Tabelul 1 cu datele cutiei de viteze analizate.

ANALIZA STRUCTURALĂ ȘI CINEMATICĂ A MECANISMELOR PLANETARE

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Mecanismele planetare sunt mecanisme complexe care conțin, pe lângă roțile dințate cu axe de rotație fixe, și roți dințate cu axe mobile. Cele mai importante mecanisme planetare, datorită utilizării lor, sunt cele **simple cu revenire**. În Fig. 1 sunt reprezentate trei mecanisme de acest fel. Fiecare dintre ele conține două **roți centrale** (1, 3), care se rotesc în jurul unor axe fixe, un **satelit dublu** (2, 2') care se rotește în jurul unei axe mobile și un **portsatelit** (P), care se rotește în jurul unei axe fixe și susține satelitul. Dacă ambele roți centrale sunt mobile mecanismul se numește **diferențial** și are gradul de mobilitate $M = 2$ (Fig. 1a, b, c). Dacă una dintre roțile centrale este fixă, mecanismul este **planetar propriuzis** și are $M = 1$ (Fig. 2). Dacă se fixează portsatelitul, mecanismul planetar se transformă într-un mecanism cu axe fixe care are, de asemenea, $M = 1$. Mecanismele din Fig. 1a și 1b sunt plane, iar cel din Fig. 1c este sferic. Toate trei se încadrează în familia $f = 3$, iar gradul de mobilitate se calculează cu formula specifică acestei familii,

$$M = 3(n - 1) - 2c_5 - c_4 \quad (1)$$

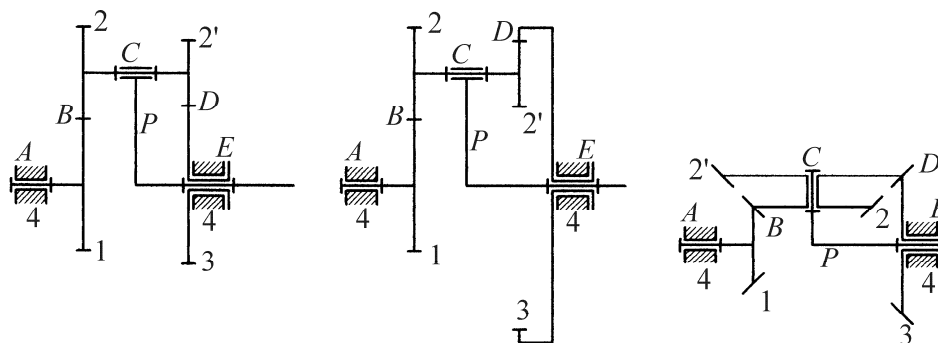


Fig. 1

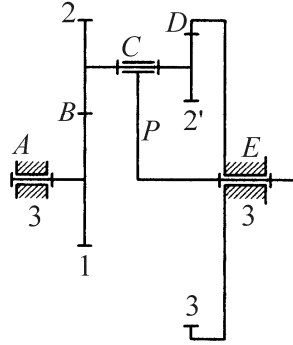


Fig. 2

*

Cinematica mecanismelor planetare este guvernată de formula lui Willis,

$$\tilde{i}_{13}^P = \frac{\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_P}{\tilde{\omega}_3 - \tilde{\omega}_P} \quad (2)$$

în care \tilde{i}_{13}^P este raportul de transmitere dintre roțile centrale în mecanismul cu axe fixe care se obține prin fixarea portsatelitului. Acest raport se calculează, în funcție de numerele de dinți, după regulile specifice mecanismelor cu axe fixe. Formula lui Willis (2) stabilește o relație între vitezele unghiulare ale elementelor 1, 3 și P – numite **elemente de bază**. Când mecanismul este diferențial, două elemente de bază sunt conducătoare cu viteză unghiulară cunoscută, iar cel de al treilea este condus, iar viteza sa rezultă din formula lui Willis. Dacă mecanismul este planetar propriuzis, o roată centrală este fixă, având viteza egală cu zero, un element este conducător – cu viteză cunoscută, iar cel de al treilea este condus, iar viteza sa se calculează din formulă. În acest caz se poate determina raportul de transmitere al mecanismului planetar. Astfel pentru un planetar cu roata 3 fixă, cum este cel din Fig. 2, mișcarea se poate transmite de la roata 1 la portsatelitul P, iar raportul de transmitere este

$$\tilde{i}_{P1} = \frac{\tilde{\omega}_1}{\tilde{\omega}_P},$$

sau de la portsatelitul P la roata 1, cu raportul de transmitere

$$\tilde{i}_{1P} = \frac{\tilde{\omega}_P}{\tilde{\omega}_1}.$$

Introducând în formula (2), $\omega_3 = 0$, rezultă

$$\tilde{i}_{1P} = 1 - \tilde{i}_{13}^P \quad (3)$$

$$\tilde{i}_{p1} = \frac{1}{1 - \tilde{i}_{13}^p}$$

*

O aplicație consacrată a mecanismelor planetare este diferențialul de automobil, care poate fi studiat în laborator. Acest mecanism are rolul de a repartiza mișcarea de rotație primită de la motor, prin intermediul cutiei de viteze, la roțile de rulare. Portsatelitul, care este construit sub forma unei carcase, primește mișcarea, iar roțile centrale sunt cuplate cu roțile de rulare (Fig. 3). Funcționarea diferențialului trebuie analizată având în vedere și legătura dintre roțile de rulare prin intermediul șoselei. În cazul în care vehiculul se deplasează în curbă, în jurul centrului C (Fig. 3), între vitezele roților de rulare se stabilește relația

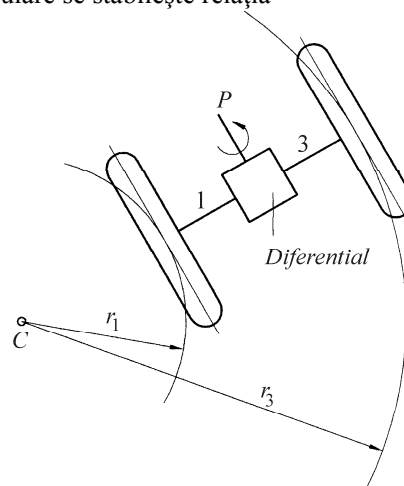


Fig. 3

$$\frac{\tilde{\omega}_1}{\tilde{\omega}_3} = \frac{r_1}{r_3}, \tag{5}$$

în care r_1 și r_3 sunt razele cercurilor pe care se deplasează cele două roți. Din sistemul format de ecuațiile (2) și (5) se pot calcula vitezele $\tilde{\omega}_1$ și $\tilde{\omega}_3$ în funcție de viteza unghiulară a portsatelitului ($\tilde{\omega}_p$) care este elementul conducător. Trebuie observat că, dacă roțile de rulare s-ar monta pe un arbore comun, în absența diferențialului, relația (5) nu ar fi posibilă, iar între roțile centrale și s-ar produce alunecări. În cazul rulării pe o traiectorie rectilinie, relația dintre vitezele unghiulare este

$$\tilde{\omega}_1 = \tilde{\omega}_3 \tag{6}$$

care se cuplează cu formula (2) pentru a determina aceste viteze.

2. MODUL DE LUCRU

Lucrarea constă în analiza structurală și cinematică a două mecanisme planetare care se află în laborator: un diferențial de automobil și un planetar propriuzis folosit ca reductor de viteză. Etapele de lucru sunt următoarele:

- 1) Se execută și se notează schema cinematică a diferențialului de automobil.
- 2) Se calculează gradul de mobilitate cu formula (1), determinând parametrii structurali care intervin în această formulă.
- 3) Se calculează raportul de transmitere \tilde{i}_{13}^P în funcție de numerele de dinți ale roților. Valoarea obținută se introduce în formula lui Willis (2).
- 4) Se stabilesc relațiile de calcul pentru $\tilde{\omega}_1$ și $\tilde{\omega}_3$ din sistemul format de ecuațiile (2) și (5), pentru deplasarea în curbă, și (2), (6), pentru deplasarea rectilinie.
- 5) Se execută și se notează schema cinematică pentru reductorul planetar.
- 6) Se calculează gradul de mobilitate cu formula (1), determinând parametrii structurali care intervin în formulă.
- 7) Se calculează raportul de transmitere \tilde{i}_{13}^P în funcție de numerele de dinți și raportul de transmitere al mecanismului planetar (relațiile (3), (4)).
- 8) Se determină viteza unghiulară de ieșire în funcție de viteza unghiulară a motorului care acționează mecanismul. Această viteză se verifică prin măsurare.

MODEL DE REFERAT

Datele de identificare: numărul și titlul lucrării; numele, prenumele și grupa; data efectuării lucrării și data predării referatului.

*

- 1) Schema cinematică a diferențialului de automobil.
- 2) Calculul gradului de mobilitate.
- 3) Calculul raportului de transmitere \tilde{i}_{13}^P .
- 4) Relațiile de calcul pentru $\tilde{\omega}_1$ și $\tilde{\omega}_3$ în cele două regimuri de funcționare.
- 5) Schema cinematică a reductorului planetar.
- 6) Calculul gradului de mobilitate.
- 7) Calculul raportului de transmitere \tilde{i}_{13}^P și a raportului de transmitere al mecanismului planetar.
- 8) Calculul vitezei unghiulare de ieșire și precizarea valorii măsurate.

GENERAREA DANTURII ÎN EVOLVENTĂ PRIN METODA RULĂRII

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Evolventa este curba descrisă de un punct (P) aparținând dreptei (Δ), care se rotogolește fără alunecare pe un cerc de bază (c_b) – Fig. 1.

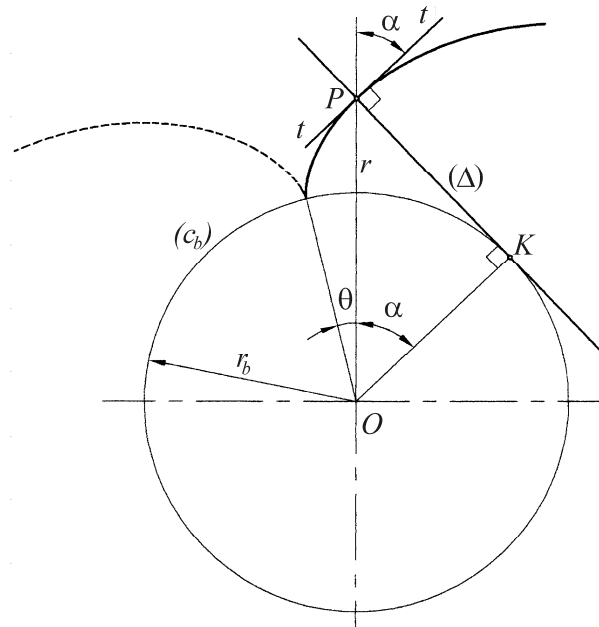


Fig. 1

Ecuțiile parametrice, în coordonate polare, ale evolventei sunt

$$\begin{cases} \theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha \\ r = \frac{r_b}{\cos \alpha} \end{cases}$$

în care parametrul α are o dublă semnificație:

- unghiul format între raza OP a unui punct curent de pe evolventă și raza OK a punctului de tangență a dreptei generatoare Δ cu cercul de bază;
- unghiul format între raza OP și tangenta la evolventă în P , numit și unghi de presiune, atunci când evolventa este utilizată ca profil de dinte.

Evolventa poate fi generată și prin înfășurare. Considerăm dreptele solidare Δ_1 și Δ_2 , care formează un unghi ascuțit de $\frac{\pi}{2} - \alpha_0$ - Fig. 2. Dacă dreapta Δ_1 se rostogolește, fără alunecare, peste un cerc c_w , dreapta Δ_2 înfășoară o evolventă având cercul de bază c_b concentric cu cercul c_w și raza r_b , care se determină cu relația $r_b = r_w \cdot \cos \alpha_0$

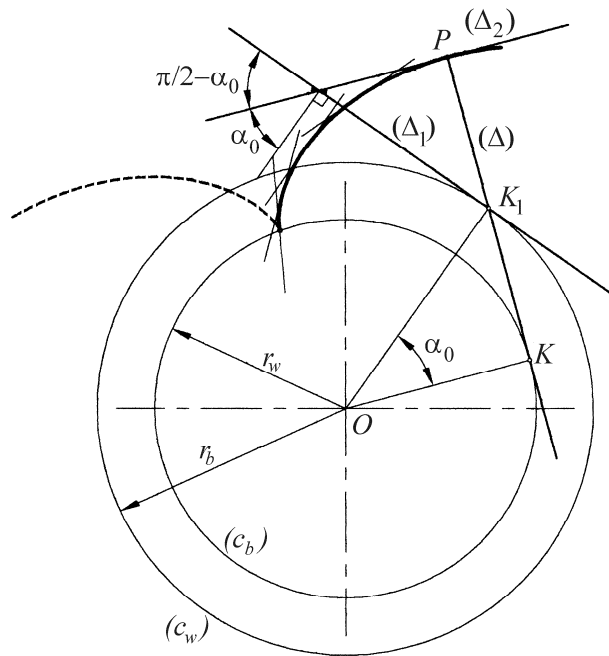


Fig. 2

*

Elementul de referință, care servește la definirea geometrică a sistemului de roți dințate cilindrice cu dinți drepti, este o **cremalieră de referință** standardizată cu profile rectilinii (Fig. 3). Geometria cremalierii de referință se definește în raport cu dreapta de referință, pe care grosimea dintelui este egală cu lățimea golului dintre

dinți. Elementele geometrice se calculează în funcție de un parametru unic, cu valoare standardizată, cu dimensiune de lungime, măsurat în [mm], numit modul - m .

$$p_0 = \pi \cdot m$$

$$h_{a0} = h_{a0}^* \cdot m, (h_{a0}^* = 1)$$

$$h_{f0} = (h_{a0}^* + c_0^*) \cdot m, (c_0^* = 0.25)$$

$$\alpha_0 = 20^\circ$$

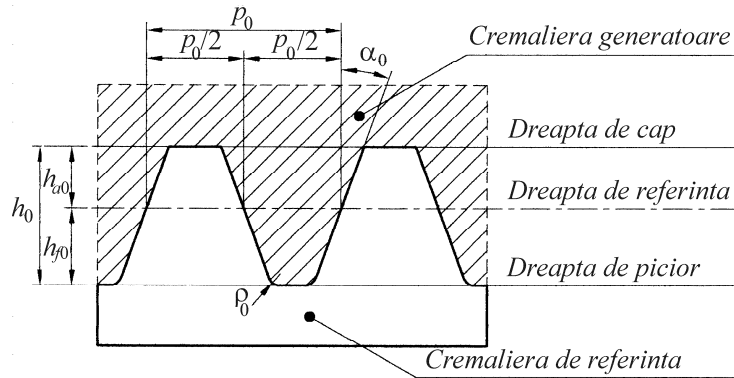


Fig. 3

Cremaliera complementară cu cea de referință se numește **cremalieră generatoare** (Fig. 3).

Roata dințată se definește, printr-un proces de generare prin înfășurare, cu ajutorul cremalierii generatoare. Mișcarea relativă dintre roata dințată care se generează și cremaliera generatoare se obține prin rostogolirea unei drepte, care aparține cremalierii, peste un cerc de rostogolire aparținând roții (Fig. 4). Cercul de rostogolire, în procesul de definire, se numește **cerc de divizare** (c). Profilele rectilunii ale cremalierii, înclinate cu unghiul α_0 , înfășoară profilele roții, care au profil de evolventă. Poziția cremalierii generatoare în raport cu roata este dată de distanța dintre dreptele de rostogolire și de referință, numită **deplasarea danturii** (X). Parametrii geometrici ai roții dințate depind de trei parametri fundamentali:

- m – modulul cremalierii, care este și al roții dințate;
- x – deplasarea specifică sau coeficientul de deplasare;
- z – numărul de dinți ai roții.

Formulele de calcul ale parametrilor geometrici sunt indicate în Tab. 2.

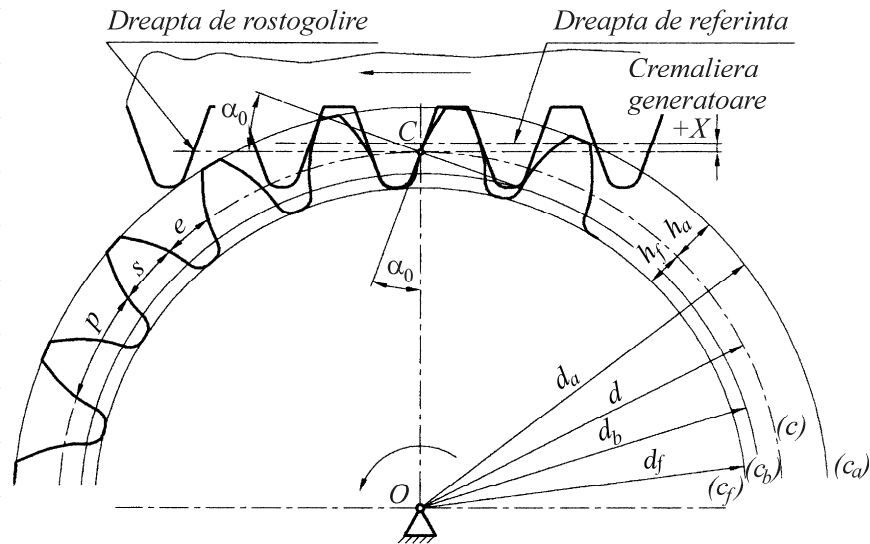


Fig. 4

*

Prelucrarea roților dințate prin metoda rulării este fundamentată, ca și definirea geometrică, pe principiul înfășurării. Scula este un element dințat cu calități așchietoare. Mișcarea relativă dintre sculă și semifabricat reproduce mișcarea care se obține prin angrenarea celor două elemente dințate. Flancurile roții care se prelucrează reprezintă înfășurătoarele suprafețelor descrise de muchiile așchietoare ale sculei. Scula poate proveni dintr-o roată dințată (cuțit-roată), dintr-un melc (freză melc) sau dintr-o cremalieră (cuțit-pieptene). În Fig. 5 se prezintă procedeul de prelucrare cu cuțit-pieptene, care are forma cremalierii generatoare. Mișcarea de reproducere (imitare) a angrenării se realizează prin rostogolirea cercului de divizare al roții peste dreapta de rostogolire a sculei. Între componentele de translație (v) și de rotație (ω) ale acestei mișcări există relația

$$v = \omega \cdot \frac{d}{2},$$

în care d este diametrul de divizare al roții care se prelucrează. În afară de această mișcare, scula execută o mișcare principală de aschiere (1), care este o translație alternativă pe verticală și o mișcare de avans (2) pe direcția radială a roții.

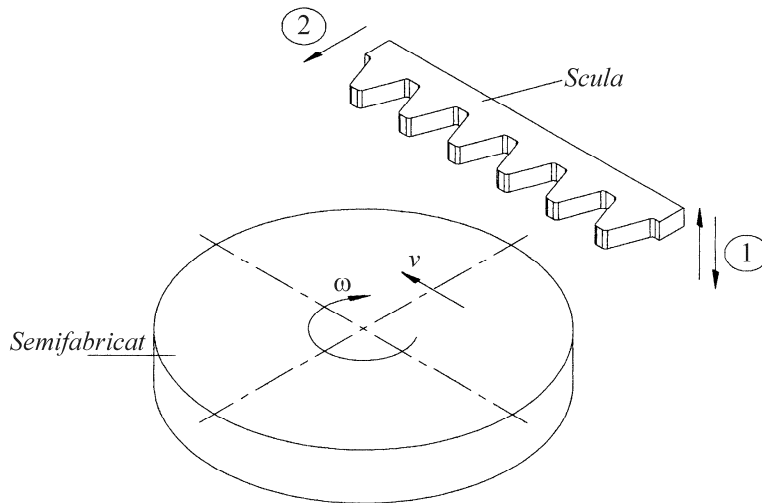


Fig. 5

2. DESCRIEREA DISPOZITIVULUI DE TRASARE

Dispozitivul de trasare din laborator (Fig. 6) modelează prelucrarea roților dințate cu cuțitul pieptene. Piesa 1, care are formă cremalierii generatoare, este analogă cu scula, iar discul 7 reprezintă semifabricatul. Cremaliera-sculă este fixă, iar discul 7 poate executa o mișcare de translație în lungul cremalierii și o mișcare de rotație în jurul axei geometrice. Cremaliera 1 este solidară cu rigla 3, iar discul 7 este solidar cu discul 2. Piesele 2 și 3 materializează cercul de divizare, respectiv dreapta de rostogolire. Cu ajutorul unui arc se creează o forță de apăsare între ele, astfel încât mișcarea relativă este una de rostogolire. Această mișcare se realizează prin intermediul unui mecanism cu șurub acționat de manivela 6 și se întrerupe periodic, pentru a trasa, pe discul 7, dinții cremalierii. Fiecare trasare este analogă cu o așchie desprinsă de pe semifabricat. În felul acesta, dinții roții dințate rezultă prin înfășurarea pozițiilor succesive ale dinților cremalierii, în mișcarea relativă dintre aceste elemente. Dispozitivul este prevăzut cu un șurub micrometric 4 și o riglă gradată 5, care permit reglarea deplăsării de profil.

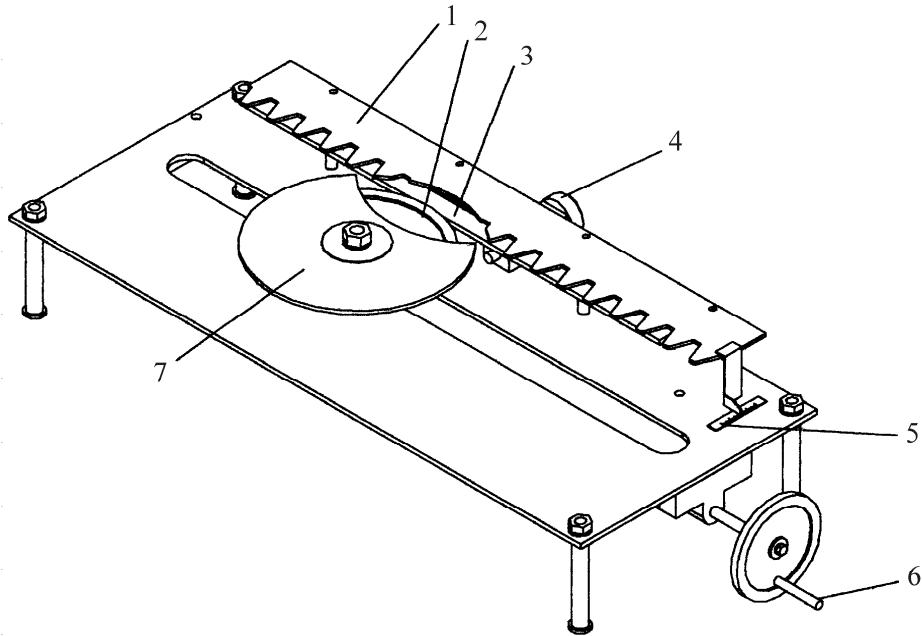


Fig. 6

3. MODUL DE LUCRU

1. Se adoptă parametrii fundamentali ai roților care se generează: m , z , x . Pentru aceasta, trebuie să avem în vedere că laboratorul este dotat cu o cremalieră având $m = 10$ [mm] și cu un număr de 6 discuri (notate cu 7 în Fig. 6) de diverse diametre, care materializează cercurile de divizare. Diametrele lor și numerele de dinți, rezultate din relația $d = m \cdot z$, sunt înscrise în Tab. 1, din care se adoptă o valoare pentru z .

Tabelul 1

d	150	160	170	180	190	200
z	15	16	17	18	19	20

Pentru deplasarea specifică (x) se adoptă trei valori: $x = 0$, o valoare pozitivă și una negativă, la recomandarea cadrului didactic îndrumător. În felul acesta, se generează trei roți, având valori diferite pentru x și aceleași valori pentru m și z .

2. Generarea fiecărei roți se desfășoară în următoarele etape:

- Se calculează deplasarea de profil,

Tabelul 2

	Parametrul	Proveniența	Valoarea		
1	m - modulul	Se adoptă	10 [mm]		
2	z – numărul de dinți	Se adoptă			
3	x – deplasarea specifică	Se adoptă	0	+...	-..
4	d – diametrul de divizare	$d[\text{mm}] = m \cdot z$			
5	p – pasul de divizare	$p[\text{mm}] = \pi \cdot m$			
6	X – deplasarea de profil	$X[\text{mm}] = x \cdot m$			
7	h_a - înălțimea de divizare a capului dintelui	$h_a[\text{mm}] = (h_{a0}^* + x) \cdot m$ $h_{a0}^* = 1$			
8	h_f - înălțimea de divizare a piciorului dintelui	$h_f[\text{mm}] = (h_{a0}^* + c_0^* - x) \cdot m$ $c_0^* = 0.25$			
9	d_a - diametrul de cap	$d_a[\text{mm}] = (z + 2 \cdot h_{a0}^* + 2 \cdot x) \cdot m$			
10	d_f - diametrul de picior	$d_f[\text{mm}] = (z - 2 \cdot h_{a0}^* - 2 \cdot c_0^* + 2 \cdot x) \cdot m$			
11	s – arcul de divizare al dintelui	$s[\text{mm}] = \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \text{tg} \alpha_0 \right) \cdot m$ $\alpha_0 = 20^\circ$			
12	e – arcul de divizare al golului dintre dinți	$e[\text{mm}] = \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot x \cdot \text{tg} \alpha_0 \right) \cdot m$			
13	α - unghiul de presiune de divizare	$\alpha = \alpha_0$			
14	d_b – diametrul de bază	$d_b[\text{mm}] = m \cdot z \cdot \cos \alpha_0$			

$$X = x \cdot m$$

și se reglează dispozitivul la această deplasare;

- Se fixează pe discul 7 o foaie de hârtie, care se decupează pe marginea discului;

- Se trasează, cu atenție, toți dinții cremalierii care apar în suprafața discului 7 și se rotește manivela 6 cu o rotație. Operația se repetă de mai multe ori, după fiecare rotație a manivelei 6, până când se obțin 3-4 dinți ai roții, bine conturați.

3. Se calculează parametrii geometrici pentru cele trei roți, iar rezultatele se înscriu în Tab. 2.

4. Se trasează, pe desenele obținute, cercurile de divizare, de cap, de picior și de bază. Se măsoară, apoi, parametrii geometrici, pentru a-i compara cu cei calculați.

5. Se observă deosebirile privind forma dinților, ca o consecință a valorilor diferite adoptate pentru deplasarea specifică.

4. GENERAREA DANTURII PRIN SIMULARE PE CALCULATOR

Se consideră o familie de curbe date prin ecuațiile parametrice

$$\begin{cases} x(\alpha, \beta) = 0 \\ y(\alpha, \beta) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Dacă unul dintre parametri este constant (de exemplu $\beta = \beta_1$), iar celălalt este variabil (α), ecuațiile (1) devin

$$\begin{cases} x(\alpha, \beta_1) = 0 \\ y(\alpha, \beta_1) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

și reprezintă o singură curbă. Dacă se atribuie parametrului β un șir de valori, se obține un număr finit de curbe. Reprezentând aceste curbe suficient de apropiate, se poate observa înfășurătoarea lor – curba tangentă la toate curbele din familie. Pornind de la această idee, se poate elabora un program de generare, prin înfășurare, a unei roți dințate. Pentru aceasta, se consideră un fragment din profilul unei cremalieri generatoare. Se imprimă acestui profil o mișcare rezultată din rostogolirea dreptei de rostogolire a cremalierii peste cercul de divizare al roții. Reprezentând un șir de poziții succesive ale profilului, acesta generează, prin înfășurare, dinții roții dințate.

Se scrie, la început, ecuația profilului unui gol al cremalierii generatoare (Fig. 7) în raport cu sistemul Px_0y_0 amplasat ca în desen. Se studiază semiprofilul din stânga axei Py_0 , care se descompune în segmente de dreaptă și de cerc. Coordonatele punctelor care delimitează aceste segmente sunt

$$x_{0A} = -\frac{p}{2} - h_{a0} \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 - d_0; \quad y_{0A} = -h_{f0} \quad \left(d_0 = \frac{c_0}{\operatorname{tg} \beta}, \quad \beta = 35^\circ \right)$$

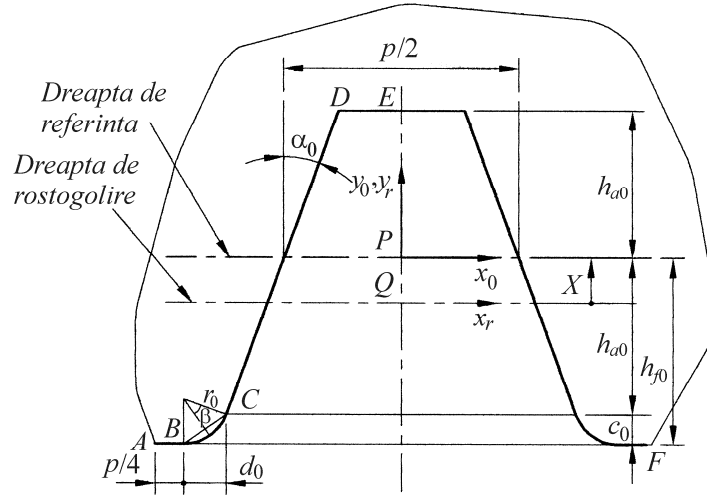


Fig. 7

$$y_{0B} = -\frac{p}{4} - h_{a0} \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 - d_0; \quad y_{0B} = -h_{f0}$$

$$y_{0C} = -\frac{p}{4} - h_{a0} \cdot \operatorname{tg} \alpha_0; \quad y_{0C} = -h_{a0}$$

$$y_{0D} = -\frac{p}{4} + h_{a0} \cdot \operatorname{tg} \alpha_0; \quad y_{0D} = h_{a0}$$

$$x_{0E} = 0; \quad y_{0E} = h_{a0}$$

$$x_{0F} = -x_{0A}; \quad y_{0F} = y_{0A}$$

Ecuțiile segmentelor de profil sunt

$$AB: y_0 = y_A$$

$$BC: y_0(x_0) = -\sqrt{r_0^2 - (x_0 - x_{0B})^2} + y_{0B} + r_0 \quad \left(r_0 = \frac{c_0}{2 \sin^2 \beta_0} \right)$$

$$CD: y_0(x_0) = (x_0 - x_{0C}) \cdot \frac{y_{0D} - y_{0C}}{x_{0D} - x_{0C}} + y_{0C}$$

$$DE: y_0 = h_{a0}$$

Semiprofilul din dreapta se definește prin simetrie

$$EF : y_0(x_0) = y_0(-x_0)$$

Se face transformarea de coordonate din sistemul Px_0y_0 în sistemul $Qx_r y_r$, amplasat la nivelul drepte de rostogolire,

$$y_r(x_0) = y_0(x_0) + X$$

$$x_r(x_0) = x_0$$

Prin rostogolirea drepte de rostogolire peste cercul de bază (Fig. 8), sistemul $Qx_r y_r$ ajunge într-o poziție curentă, indicată pe desen. Se determină parametrii de poziție ai sistemului mobil $Qx_r y_r$ în raport cu sistemul fix Oxy . Punctul Q descrie o evolventă și are coordonatele polare

$$\theta(\alpha) = \text{tg} \alpha - \alpha$$

$$r(\alpha) = \frac{d}{2 \cos \alpha},$$

iar coordonatele carteziene, în raport cu sistemul Oxy , sunt

$$x_Q(\alpha) = r \cdot \sin \theta$$

$$y_Q(\alpha) = r \cdot \cos \theta - \frac{d}{2}$$

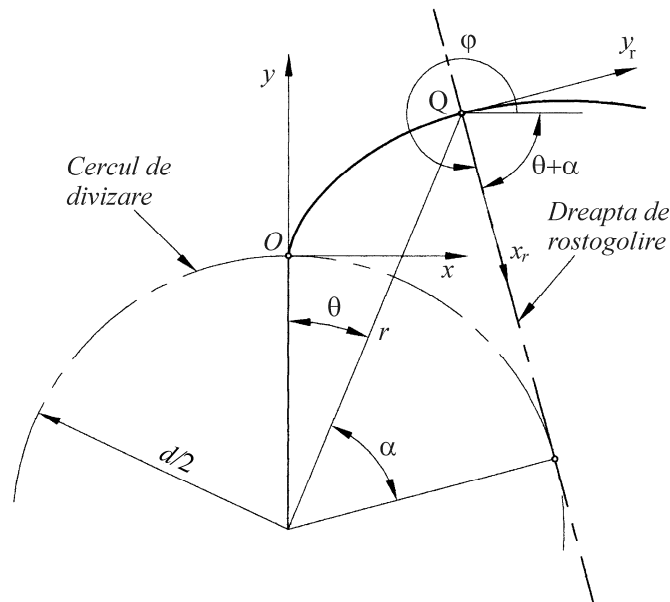


Fig. 8

După cum se observă în desen (Fig. 8), unghiul de poziție al sistemului $Qx_r y_r$ este $\varphi(\alpha) = -(\theta + \alpha)$.

Se face o transformare de coordonate din sistemul $Qx_r y_r$ în sistemul Oxy ,

$$\begin{cases} x(\alpha, x_0) = x_Q(\alpha) + x_0 \cdot \cos(\varphi(\alpha)) - y_r(x_0) \cdot \sin(\varphi(\alpha)) \\ y(\alpha, x_0) = y_Q(\alpha) + x_0 \cdot \sin(\varphi(\alpha)) - y_r(x_0) \cdot \cos(\varphi(\alpha)) \end{cases} \quad (3)$$

Ecuatiile (3) reprezintă familia de profile care generează un dinte al roții dințate.

Pe baza modelului matematic prezentat, a fost elaborat un program pentru generarea danturii prin simulare. Datele de intrare sunt parametrii fundamentali ai roții care se generează: m – modulul, z - numărul de dinți și x – coeficientul de deplasare. Programul este util pentru că parametrii roții nu sunt limitați la anumite valori, așa cum se întâmplă la simularea experimentală. Se pot urmări, astfel, fenomene interesante, cum sunt influența coeficientului de deplasare a profilului asupra formei dinților, subțaierea sau ascuțirea dinților.

5. MODEL DE REFERAT

Date de identificare: numărul și titlul lucrării; numele, prenumele și grupa; data efectuării lucrării și data predării referatului.

*

- 1) Tabelul 2 completat cu datele numerice utilizate.
- 2) Trei eşantioane cu fragmentele de dantură trasate, folosind dispozitivul din laborator.

Se recomandă utilizarea, în paralel, a programului anexat, în vederea obținerii profilelor prin simulare pe calculator.

Lucrarea de laborator nr. 6

RECONSTITUIREA PARAMETRILOR GEOMETRICI AI UNUI REDUCTOR UZAT

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Reductoarele de viteză (turație) sunt mecanisme cu roți dințate formate dintr-un angrenaj sau mai multe angrenaje (trepte) legate în serie. Raportul lor de transmitere este supraunitar, ceea ce înseamnă că viteza unghiulară de intrare (la arborele conducător) este mai mare decât cea de ieșire (la arborele condus). Această situație se explică prin aceea că, de regulă, viteza motoarelor uzuale, electrice sau termice, este mai mare decât viteza mecanismelor de lucru. Ca urmare, între ele se interpun reductoare de viteză. Reductoarele se fabrică separat și se utilizează în structura mașinilor din diverse domenii industriale, conform cu caracteristicile lor – raportul de transmitere, puterea etc. Ele sunt clasificate și simbolizate în STAS 6848-87.

În procesul de utilizare a reductoarelor se pune, uneori, problema înlocuirii unui angrenaj uzat cu un altul care să aibă aceiași parametri geometrici. În lucrare se arată modul în care se poate rezolva această problemă pentru un angrenaj cilindric cu dinți înclinați.

*

Elementul dințat de referință pentru sisemul de roți dințate cilindrice cu dinți înclinați este cremaliera de referință cu dinți înclinați (Fig. 1). Această cremalieră are flancurile plane, iar dinții sunt înclinați față de o dreaptă perpendiculară pe direcția de deplasare cu unghiul β_0 (Fig. 1a). În orice secțiune plană profilul cremalierii este rectiliniu. Secțiunea cu un plan normal, perpendicular pe direcția dinților (Fig. 1b), are aceeași geometrie ca și cremaliera de referință cu dinți drepecți, iar modulul m_n este standardizat. Relațiile de calcul ale parametrilor geometrici din această secțiune sunt cele întâlnite la cremaliera de referință cu dinți drepecți:

- pasul normal
- $$p_n = \pi \cdot m_n$$
- înălțimea de referință a capului dintelui

$$h_{a0} = h_{an0}^* \cdot m_n \quad (h_{a0}^* = 1)$$

- jocul radial

$$c_0 = c_{n0}^* \cdot m_n \quad (c_{n0}^* = 0,25)$$

- înălțimea de referință a piciorului dintelui

$$h_{f0} = (h_{a0}^* + c_{n0}^*) \cdot m_n$$

- unghiul de înclinare a profilului normal

$$\alpha_{n0} = 20^\circ$$

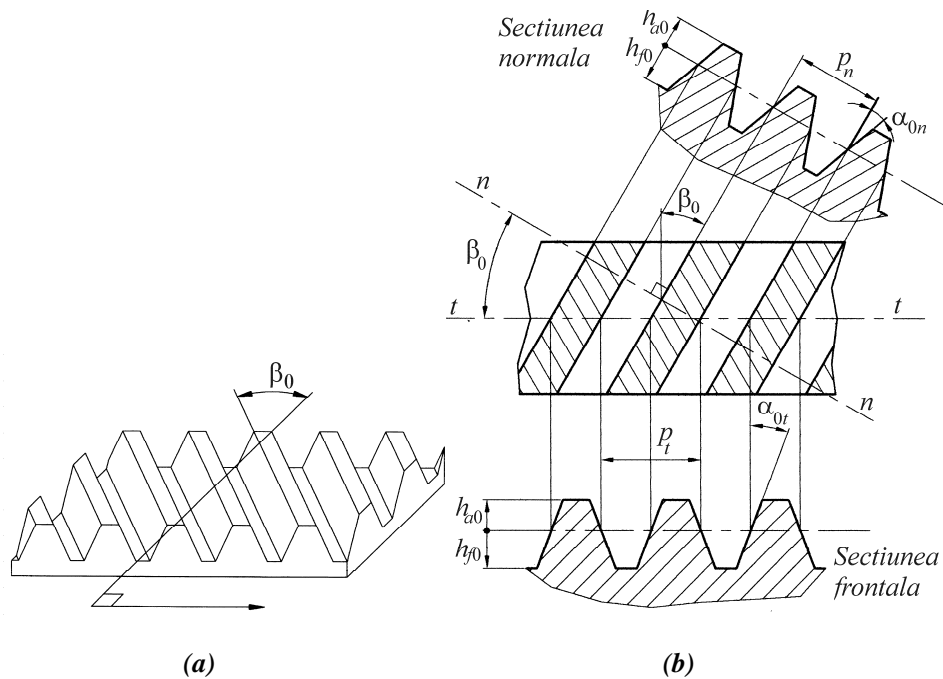


Fig. 1

Pentru analiza funcționării angrenajelor cilindrice cu dinți înclinați este importantă și secțiunea frontală – paralelă cu direcția de deplasare a cremalierii (Fig.1b).

Modulul frontal m_t se calculează cu formula:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta_0}, \quad (1)$$

iar ceilalți parametri se exprimă, în funcție de m_t , utilizând formule similare cu cele de la secțiunea normală, însă coeficienții adimensionali au valori diferite:

- pasul frontal

$$p_t = \pi \cdot m_t$$

- înălțimea de referință a capului dintelui

$$h_{a0} = h_{at0}^* \cdot m_t, \quad h_{ar0} = h_{ar0}^* \cdot \cos\beta_0$$

- jocul radial

$$c_0 = c_{t0}^* \cdot m_t, \quad c_{r0} = c_{r0}^* \cdot \cos\beta_0$$

- înălțimea de referință a piciorului dintelui

$$h_{f0} = (h_{ar0}^* + c_{r0}^*) \cdot m_t$$

- unghiul de înclinare a profilului frontal

$$tg\alpha_{r0} = \frac{tg\alpha_{n0}}{\cos\beta_0} \quad (2)$$

*

Roata dințată cu dinți înclinați, definită cu ajutorul cremalierii de referință, are flancuri elicoidale, iar unghiul de înclinare a dinților pe cilindrul de divizare este egal cu cel de la cremalieră, β_0 . Parametrii geometrici fundamentali, care definesc complet roata cilindrică cu dinți înclinați sunt: modulul normal m_n , numărul de dinți z , deplasarea specifică de profil în planul normal x_n și unghiul de înclinare a dinților pe cilindrul de divizare β_0 . Ceilalți parametri geometrici se exprimă, în funcție de m_t , utilizând relații similare cu cele întâlnite la roțile dințate cu dinți drepecți, dar, în final se pot exprima în funcție de m_n , având în vedere relațiile de conversie dintre cele două secțiuni.

- deplasarea specifică de profil în secțiune frontală

$$x_t = x_n \cos\beta_0 \quad (3)$$

- diametrul de divizare

$$d = m_t \cdot z = \frac{m_n z}{\cos\beta_0} \quad (4)$$

- pasul de divizare frontal

$$p_t = \pi m_t = \frac{\pi m_n}{\cos\beta_0} \quad (5)$$

- arcul de divizare frontal al dintelui

$$s_t = m_t \left(\frac{\pi}{2} + 2x_t \operatorname{tg} \alpha_{t0} \right) = \frac{m_n}{\cos \beta_0} \left(\frac{\pi}{2} + 2x_n \operatorname{tg} \alpha_{n0} \right) \quad (6)$$

- arcul de divizare frontal al golului

$$e_t = m_t \left(\frac{\pi}{2} - 2x_t \operatorname{tg} \alpha_{t0} \right) = \frac{m_n}{\cos \beta_0} \left(\frac{\pi}{2} - 2x_n \operatorname{tg} \alpha_{n0} \right) \quad (7)$$

- înălțimea de divizare a piciorului dintelui

$$h_f = m_t (h_{at0}^* + c_{t0}^* - x_t) = m_n (h_{an0}^* + c_{n0}^* - x_n) \quad (8)$$

- diametrul de picior

$$d_f = d - 2h_f \quad (9)$$

$$d_f = m_t (z - 2h_{at0}^* - 2c_{t0}^* + 2x_t) = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta_0} - 2h_{an0}^* - 2c_{n0}^* + 2x_n \right) \quad (10)$$

- înălțimea de divizare a capului dintelui

$$h_a = m_t (h_{at0}^* + x_t - k_{hat}) = m_n (h_{an0}^* + x_n - k_{han}) \quad (11)$$

Observație: Coeficienții adimensionali k_{hat} și k_{han} - scurtarea specifică a capului dintelui în planul frontal, respectiv normal, depind de parametrii ambelor roți, astfel încât formulele de calcul se indică odată cu parametrii angrenajului.

- diametrul de picior

$$d_a = d + 2h_a \quad (12)$$

$$d_a = m_t (z + 2h_{at0}^* + 2x_t - 2k_{hat}) = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta_0} + 2h_{an0}^* + 2x_n - 2k_{han} \right) \quad (13)$$

- diametrul de bază

$$d_b = m_t z \cos \alpha_{0t} = m_n z \frac{\cos \alpha_{0n}}{\cos \beta_0} \quad (14)$$

- unghiul de presiune frontal pe cercul de cap

$$\alpha_{at} = \arccos \left(\frac{d_b}{d_a} \right) \quad (15)$$

- arcul normal al dintelui pe cercul de cap

$$s_{an} = d_a \left(\frac{s_t}{d} + \operatorname{inv} \alpha_{t0} - \operatorname{inv} \alpha_{ta} \right) \cos \beta_0 \quad (16)$$

*

Angrenajul cilindric cu dinți înclinați se formează din două roți cu același modul normal m_n și cu aceeași înclinare a dinților pe cilindrul de divizare β_0 , dar în sensuri opuse (Fig. 2). În aceste condiții și modulul frontal m_t are aceeași valoare pentru ambele roți. Parametrii geometrici ai angrenajului se calculează, în secțiunea frontală, utilizând relații similare cu cele de la angrenajele cu dinți drepecți.

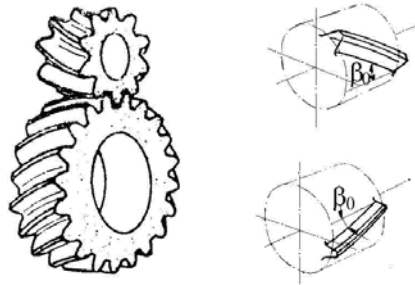


Fig. 2

- unghiul de angrenare

$$\text{inv}\alpha_{wt} = \text{inv}\alpha_{r0} + \frac{2x_{\Sigma t}}{z_1 + z_2} \text{tg}\alpha_0 = \text{inv}\alpha_{r0} \frac{2x_{\Sigma n} \cos\beta_0 \text{tg}\alpha_{r0}}{z_1 + z_2} \quad (17)$$

$$x_{\Sigma t} = x_{t1} + x_{t2}; \quad x_{\Sigma n} = x_{n1} + x_{n2}$$

- distanța dintre axe de referință

$$a_0 = m_t \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{m_n}{\cos\beta_0} \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (18)$$

- distanța dintre axe

$$a = m_t \frac{z_1 + z_2}{2} \frac{\cos\alpha_{0r}}{\cos\alpha_{tw}} = \frac{m_n}{\cos\beta_0} \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{\cos\alpha_{0r}}{\cos\alpha_{tw}} \quad (19)$$

$$a = a_0 \frac{\cos\alpha_{r0}}{\cos\alpha_{tw}} \quad (20)$$

- scurtarea specifică a capului dinților

$$k_{hat} = \frac{z_1 + z_2}{2} \left(1 - \frac{\cos\alpha_{r0}}{\cos\alpha_{tw}} \right) + x_{\Sigma t} \quad (21)$$

$$k_{han} = \frac{z_1 + z_2}{2} \left(1 - \frac{\cos\alpha_{n0}}{\cos\alpha_{tw}} \right) + x_{\Sigma n} \quad (22)$$

$$k_{han} = \frac{k_{hat}}{\cos \beta_0} \quad (23)$$

2. RECONSTITUIREA PARAMETRILOR GEOMETRICI PENTRU UN ANGRENAJ

Parametrii geometrici fundamentali ai unui angrenaj cilindric cu dinți înclinați sunt: m_n , β_0 , z_1 , z_2 , x_{1n} , x_{2n} . În funcție de aceștia se pot calcula toți parametrii geometrici care caracterizează atât cele două roți, luate individual, cât și angrenajul. În cazul reconstituirii unui angrenaj uzat, numai numerele de dinți se pot determina direct, astfel încât, stabilirea celorlalți parametri fundamentali se face prin intermediul altor parametri, care se pot măsura. Parametrii măsurabili se aleg în așa fel, încât să nu fie influențați de uzura angrenajului. În operația de reconstituire intervin unele ipoteze simplificatoare, care introduc un grad de aproximație în ce privește rezultatele obținute. Cu toate acestea, operația de reconstituire este utilă, pentru că permite reproiectarea unui angrenaj cu o comportare apropiată cu a celui inițial.

Se propune utilizarea următorilor parametri inițiali măsurabili:

- z_1, z_2 - numerele de dinți ale roților;
- a - distanța dintre axe, măsurabilă cu șublerul;
- d_{f1} - diametrul de picior al unei roți, măsurabil după strunjirea dinților

deteriorați

- β_{a1} - unghiul de înclinare a dinților pe cilindrul de cap al unei roți, măsurabil prin imprimarea dinților pe o foaie de hârtie;
- h - înălțimea danturii, măsurabilă cu un șubler de interior.

În cele ce urmează se prezintă etapele de calcul și, în paralel, rezolvarea unui exemplu numeric cu următoarele date inițiale:

$$z_1 = 19, z_2 = 106, a_w = 80 \text{ [mm]}, d_{f1} = 19 \text{ [mm]}, \beta_{f1} = 10^\circ, h = 2,79 \text{ [mm]}.$$

1) Se admite ipoteza

$$\beta_0 \cong \beta_{a1} = 10^\circ$$

2) Se aproximează $a_0 = a_w$ și se calculează m_n din (18)

$$m_n = \frac{2a_0 \cos \beta_0}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 80 \cdot \cos 10^\circ}{19 + 106} = 1,26055 \text{ [mm]}$$

Se adoptă cea mai apropiată valoare din gama modulilor (STAS 822-82), dată în Anexă. Se obține

$$m = 1,25 \text{ [mm]}$$

Această valoare se verifică pe baza parametrului h , $h = h_{a1} + h_{f2} = h_{a2} + h_{f2}$.
În ipoteza aproximativă că scurtarea capului este egală cu zero, din (8) și (11) se obține

$$h = m_n(2h_{an0}^* + c_{n0}^*),$$

din care rezultă

$$m_n = \frac{h}{2h_{an0}^* + c_{n0}^*} = \frac{2,79}{2,1 + 0,25} = 1,24 \text{ [mm]}.$$

Cea mai apropiată valoare standardizată în plus este tot $m_n = 1,25$ [mm].

3) Se calculează distanța dintre axe de referință (18)

$$a_0 = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta_0} = \frac{1,25(19 + 106)}{2 \cos 10^\circ} = 79,3302 \text{ [mm]}.$$

4) Se calculează unghiul de înclinare frontal al cremalierii de referință (2)

$$\alpha_{t0} = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{n0}}{\cos \beta_0} \right) = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10^\circ} \right) = 20,2836^\circ$$

5) Se calculează unghiul de angrenare din (20)

$$\alpha_{tw} = \arccos \left(\frac{a_0 \cos \alpha_{t0}}{a} \right) = \arccos \left(\frac{79,3302 \cos 20,2836^\circ}{80} \right) = 21,5441^\circ$$

6) Se calculează deplasarea specifică totală în planul frontal din (17) și din (3)

$$x_{\Sigma t} = \frac{(\operatorname{inv} \alpha_{tw} - \operatorname{inv} \alpha_{t0})(z_1 + z_2)}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{t0}}.$$

Preliminar se calculează funcțiile involută care intervin în formulă

$$\operatorname{inv} \alpha_{tw} = \operatorname{tg} \alpha_{tw} - \alpha_{tw} \text{ [rad]} = \operatorname{tg} 21,5441^\circ - \frac{21,5441 \cdot 3,14157}{180} = 0,01878$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{t0} = \operatorname{tg} \alpha_{t0} - \alpha_{t0} \text{ [rad]} = \operatorname{tg} 20,2836^\circ - \frac{20,2836 \cdot 3,14157}{180} = 0,01557.$$

$$x_{\Sigma t} = \frac{(0,01878 - 0,01557)(19 + 106)}{2 \cdot \operatorname{tg} 20,2836^\circ} = 0,54355$$

$$x_{\Sigma n} = \frac{x_{\Sigma t}}{\cos \beta_0} = \frac{0,54355}{\cos 10^\circ} = 0,55193$$

7) Se calculează scurtarea specifică a capului dintelui în planul frontal și în planul normal (21), (23).

$$k_{hat} = \frac{z_1 + z_2}{2} \left(1 - \frac{\cos \alpha_{t0}}{\cos \alpha_{tw}} \right) + x_{\Sigma t} = \frac{(19 + 106)}{2} \cdot \left(1 - \frac{\cos 20,28360^\circ}{\cos 21,54410^\circ} \right) + 0,54355 = 0,01585$$

$$k_{han} = \frac{k_{hat}}{\cos \beta_0} = \frac{0,01585}{\cos 10^\circ} = 0,01610.$$

8) Se calculează deplasarea specifică a pinionului (roata 1) în planul normal cu relația (10):

$$x_{1n} = \frac{d_{f1}}{2 \cdot m_n} - \frac{z_1}{2 \cdot \cos \beta_0} + h_{an0}^* - c_{n0}^* = \frac{19}{2 \cdot 1,25} - \frac{19}{2 \cdot \cos 10^\circ} + 1 + 0,25 = -0,79655$$

$$x_{1n} = -0,79655.$$

9) Se calculează deplasarea specifică a roții 2 în planul normal

$$x_{2n} = x_{\Sigma n} - x_{1n} = 0,55193 - (-0,79655) = 1,34849$$

$$x_{2n} = 1,34849$$

*

Cunoscând parametrii geometrice fundamentali, $m_n = 1,25$ [mm], $\beta_0 = 10^\circ$, $z_1 = 19$, $z_2 = 106$, $x_{n1} = -0,79655$, $x_{n2} = 1,34849$, se calculează parametrii principali pentru fiecare roată:

- diametrele de divizare

$$d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta_0} = \frac{1,25 \cdot 19}{\cos 10^\circ} = 24,1164 \text{ [mm]}$$

$$d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta_0} = \frac{1,25 \cdot 106}{\cos 10^\circ} = 134,544 \text{ [mm]}$$

- pasul de divizare frontal și normal

$$p_t = \frac{\pi m_n}{\cos \beta_0} = \frac{3,14157 \cdot 1,25}{\cos 10^\circ} = 3,98757 \text{ [mm]}$$

$$p_n = p_t \cos \beta_0 = 3,98757 \cdot \cos 10^\circ = 3,92699 \text{ [mm]}$$

- arcele de divizare frontale și normale ale dinților

$$s_{t1} = \frac{m_n}{\cos \beta_0} \left(\frac{\pi}{2} + 2x_{n1} \operatorname{tg} \alpha_{n0} \right) = \frac{1,25}{\cos 10^\circ} \left(\frac{3,14157}{2} - 2 \cdot 0,79655 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \right) = 1,25780 \text{ [mm]}$$

$$s_{t2} = \frac{m_n}{\cos \beta_0} \left(\frac{\pi}{2} + 2x_{n2} \operatorname{tg} \alpha_{n0} \right) = \frac{1,25}{\cos 10^\circ} \left(\frac{3,14157}{2} + 2 \cdot 1,34849 \operatorname{tg} 20^\circ \right) = 3,23973 \text{ [mm]}$$

$$s_{n1} = s_{t1} \cdot \cos \beta_0 = 1,25780 \cdot \cos 10^\circ = 1,23869 \text{ [mm]}$$

$$s_{n2} = s_{t2} \cdot \cos \beta_0 = 3,23973 \cdot \cos 10^\circ = 3,19051 \text{ [mm]}$$

- arcele de divizare frontale și normale ale gurilor

$$e_{t1} = \frac{m_n}{\cos \beta_0} \left(\frac{\pi}{2} - 2x_{n1} \operatorname{tg} \alpha_{n0} \right) = \frac{1,25}{\cos 10^\circ} \left(\frac{3,14157}{2} - 2(-0,79655) \operatorname{tg} 20^\circ \right) = 2,72976 \text{ [mm]}$$

$$e_{t2} = \frac{m_n}{\cos \beta_0} \left(\frac{\pi}{2} - 2x_{n2} \operatorname{tg} \alpha_{n0} \right) = \frac{1,25}{\cos 10^\circ} \left(\frac{3,14157}{2} - 2 \cdot 1,34849 \operatorname{tg} 20^\circ \right) = 0,74785 \text{ [mm]}$$

$$e_{n1} = e_{t1} \cdot \cos \beta_0 = 2,72976 \cdot \cos 10^\circ = 2,68829 \text{ [mm]}$$

$$e_{n2} = e_{t2} \cdot \cos \beta_0 = 0,74785 \cdot \cos 10^\circ = 0,73649 \text{ [mm]}$$

- înălțimea de divizare a piciorului dintelui

$$h_{f1} = m_n (h_{an0}^* + c_{n0}^* - x_{n1}) = 1,25(1 + 0,25 - (-0,79655)) = 2,55818 \text{ [mm]}$$

$$h_{f2} = m_n (h_{an0}^* + c_{n0}^* - x_{n2}) = 1,25(1 + 0,25 - 1,34849) = -0,12311 \text{ [mm]}$$

- diametrele de picior

$$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} = 24,1164 - 2 \cdot 2,55818 = 19 \text{ [mm]}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} = 134,544 - 2(-0,12311) = 134,79 \text{ [mm]}$$

- înălțimea de divizare a capului dintelui

$$h_{a1} = m_n (h_{an0}^* + x_{n1} - k_{han}) = 1,25(1 - 0,79655 - 0,01610) = 0,23418 \text{ [mm]}$$

$$h_{a2} = m_n (h_{an0}^* + x_{n2} - k_{han}) = 1,25(1 + 1,34849 - 0,01610) = 2,91548 \text{ [mm]}$$

- diametrele de cap

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = 24,1164 + 2 \cdot 0,23418 = 24,58476 \text{ [mm]}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} = 134,544 + 2 \cdot 2,91548 = 140,37496 \text{ [mm]}$$

- diametrele de bază

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_{0t} = 24,1164 \cdot \cos 20,2836^\circ = 22,6209 \text{ [mm]}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_{0t} = 134,544 \cdot \cos 20,2836^\circ = 126,201 \text{ [mm]}$$

- unghiurile de presiune frontale pe cercul de cap

$$\alpha_{at1} = \arccos \left(\frac{d_{b1}}{d_{a1}} \right) = \arccos \left(\frac{22,6209}{24,5876} \right) = 23,05621^\circ$$

$$\alpha_{at2} = \arccos \left(\frac{d_{b2}}{d_{a2}} \right) = \arccos \left(\frac{126,201}{140,37496} \right) = 25,96945^\circ$$

- arcele de cap normale ale dinților

În prealabil se calculează funcțiile involută ale unghiurilor de presiune.

$$\operatorname{inv}\alpha_{a1} = \operatorname{tg}\alpha_{a1} - \alpha_{a1} [\operatorname{rad}] = \operatorname{tg}23,95621^\circ - 0,402406 = 0,041407$$

$$\operatorname{inv}\alpha_{a2} = \operatorname{tg}\alpha_{a2} - \alpha_{a2} [\operatorname{rad}] = \operatorname{tg}25,96945^\circ - 0,45325 = 0,033822$$

$$\begin{aligned} s_{a1} &= d_{a1} \left(\frac{s_{t1}}{d_1} + \operatorname{inv}\alpha_{r0} - \operatorname{inv}\alpha_{a1} \right) \cos\beta_0 = \\ &= 24,5847 \left(\frac{1,2578}{24,1164} + 0,01557 - 0,04107 \right) = 1,07 \text{ [mm]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_{a2} &= d_{a2} \left(\frac{s_{t2}}{d_2} + \operatorname{inv}\alpha_{r0} - \operatorname{inv}\alpha_{a2} \right) \cos\beta_0 = \\ &= 140,375 \left(\frac{3,23973}{134,544} + 0,01557 - 0,033822 \right) = 0,80 \text{ [mm]} \end{aligned}$$

3. MODUL DE LUCRU

1) Se execută schema cinematică pentru un reductor aflat în laborator.

2) Se efectuează reconstituirea parametrilor geometrici pentru una din treptele reductorului, după modelul prezentat în cap.2. Datele inițiale $z_1, z_2, a_w, d_{f1}, d_{f2}$ sunt date în Tab.1, 2, 3 pentru trei reductoare existente în laborator și reprezentate în Fig.3, 4, 5. În mod suplimentar, se măsoară și înălțimea dinților h , dacă acest lucru este posibil.

3) Se calculează parametrii geometrici pentru cele două roți dințate, în funcție de parametrii fundamentali.

4) Se completează Tab. 1,2 sau 3 – în funcție de reductorul și treapta studiată, cu valorile calculate. În tabele se indică și valorile pentru parametrii d_a - diametrul de cap și s_{an} - arcul normal al dintelui pe cercul de cap, asimilabil cu grosimea dintelui pe acest cerc.

5) Se compară datele măsurate cu cele calculate și se justifică diferențele mari, care pot apărea, datorită erorilor de măsurare, de execuție precum și a ipotezelor de calcul (joc radial standardizat, scurtare egală a capului dintelui la ambele roți etc.)

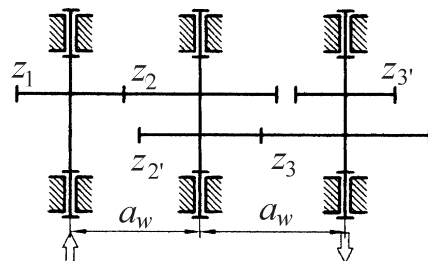


Fig. 3

Tabelul 1

Treapta $z_1 z_2$			Treapta $z_2' z_3$		
Para-metrul	Valoarea măsurată	Valoarea calculată	Para-metrul	Valoarea măsurată	Valoarea calculată
a_w	80 [mm]	-	a_w	100[mm]	-
z_1	17	-	z_2'	18	-
d_{f1}	18,7[mm]		d_{f2}'	24,0[mm]	
β_{f1}	11 [°]	-	β_{f2}'	11[°]	-
d_{a1}	25,0[mm]		d_{a2}'	31,6[mm]	
s_{an1}	0,5[mm]		s_{an2}'	0,3[mm]	
z_2	110	-	z_3	114	-
d_{f2}	133,9[mm]		d_{f3}	167,1[mm]	
d_{a2}	139,6[mm]		d_{a3}	174,3[mm]	
s_{an2}	1,0[mm]		s_{an3}	0,8[mm]	

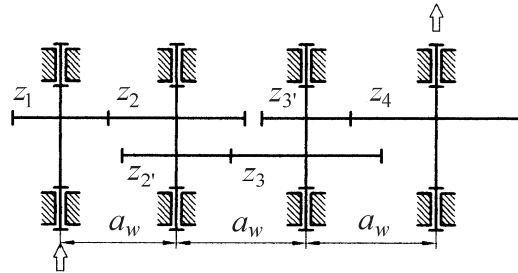


Fig. 4

Tabelul 2

Treapta $z_1 z_2$			Treapta $z_2' z_3$			Treapta $z_3' z_4$		
Parametrul	Valoarea măsurată	Valoarea calculată	Parametrul	Valoarea măsurată	Valoarea calculată	Parametrul	Valoarea măsurată	Valoarea calculată
a_w	80 [mm]	-	a_w	100[mm]	-	a_w	125[mm]	-
z_1	19	-	z_2'	19	-	z_3'	21	-
d_{f1}	26,0[mm]		d_{f2}'	35,8[mm]		d_{f3}'	49,3[mm]	
β_{f1}	10 [°]	-	β_{f2}'	9[°]	-	β_{f3}'	10[°]	-
d_{a1}	32,2[mm]		d_{a2}'	44,1[mm]		d_{a3}'	60,5[mm]	
s_{an1}	1,0[mm]		s_{an2}'	1,6[mm]		s_{an3}'	1,3[mm]	
z_2	86	-	z_3	76	-	z_4	75	-
d_{f2}	125,5[mm]		d_{f3}	154,2[mm]		d_{f4}	187,0[mm]	
d_{a2}	132,4[mm]		d_{a3}	162,5[mm]		d_{a4}	198,7[mm]	
s_{an2}	1,1[mm]		s_{an3}	1,6[mm]		s_{an4}	1,7[mm]	

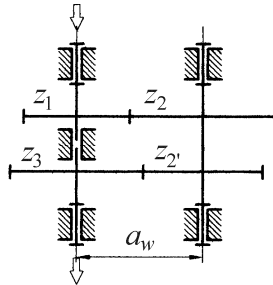


Fig. 5

Tabelul 3

Treapta $z_1 z_2$			Treapta $z_2' z_3$		
Parametrul	Valoarea măsurată	Valoarea calculată	Parametrul	Valoarea măsurată	Valoarea calculată
a_w	80 [mm]	-	a_w	80[mm]	-
z_1	12	-	z_2'	17	-
d_{f1}	16,6[mm]		$d_{f2'}$	23,8[mm]	
β_{f1}	12 [°]	-	$\beta_{f2'}$	15[°]	-
d_{a1}	22,2[mm]		$d_{a2'}$	29,4[mm]	
s_{an1}	0,5[mm]		$s_{an2'}$	1,2[mm]	
z_2	88	-	z_3	83	-
d_{f2}	135,5[mm]		d_{f3}	128,9[mm]	
d_{a2}	142,7[mm]		d_{a3}	135,4[mm]	
s_{an2}	1,4[mm]		s_{an3}	1,5[mm]	

4. MODEL DE REFERAT

Date de identificare: numărul și titlul lucrării; numele, prenumele și grupa; data efectuării lucrării și data predării referatului.

*

1) Schema cinematică a reductorului.

- 2) Reconstituirea parametrilor geometrici fundamentali pentru o treaptă.
- 3) Calculul parametrilor geometrici pentru ambele roți.
- 4) Tabelul cu parametrii mășurați și calculați după modelul Tab.1, 2 sau 3.

ANEXĂ

Gama modulelor STAS 822-82

I	II	I	II	I	II	I	II
			0,11		1,125		11
		0,12		1,25		12	
			0,14		1,375		14
		0,15		1,5		16	
			0,18		1,75		18
		0,2		2		20	
			0,22		2,25		22
		0,25		2,5		25	
			0,28		2,75		28
		0,3		3		32	
			0,35		3,5		36
		0,4		4		40	
			0,45		4,5		45
0,05		0,5		5		50	
	0,055		0,55		5,5		55
0,06		0,6		6		60	
	0,07		0,7		7		70
0,08		0,8		8		80	
	0,09		0,9		9		90
0,1		1		10		100	

Notă: se admite folosirea modulelor 3,25 mm și 4,24 mm pentru construcția de automobile și a modulului 6,5 pentru construcția de tractoare.

DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE FRECARE REDUS ÎN CUPLELE CINEMATICE CU RULMENȚI

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Rulmenții sunt policuple cinematice, care înlocuiesc cuplele de rotație sau cele sferice. Un rulment este format, în general, din următoarele elemente: inelul interior, inelul exterior, corpurile de rulare (bile sau role), colivia (care are rolul de a menține o repartizare uniformă a corpurilor de rulare) și elementele de etanșare (care nu sunt prevăzute întotdeauna) – Fig. 1.

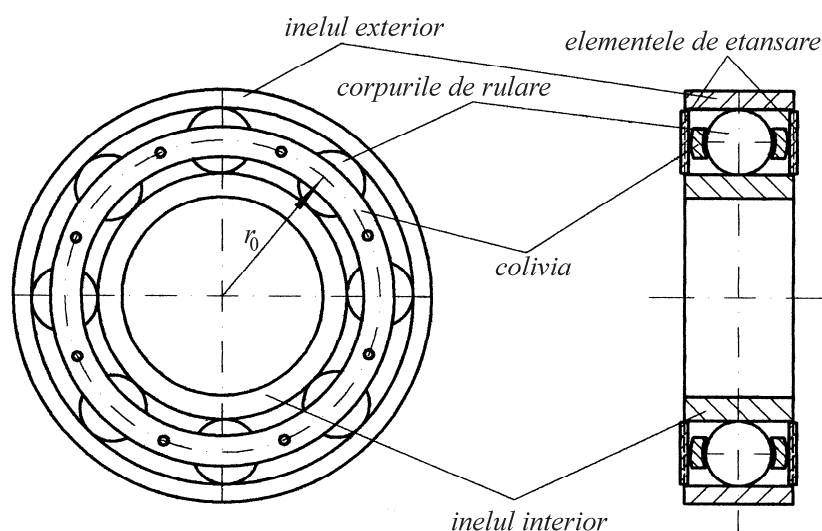


Fig. 1

Avantajul utilizării rulmenților consta în reducerea pierderilor de energie prin frecare datorită înlocuirii frecării de alunecare cu frecarea de rostogolire. Soluții

similare se practica, uneori, și în cazul altor cuple inferioare. Mentionam, astfel, ghidajele cu role, care înlocuiesc cuplele de translație și șuruburile cu bile.

Momentul de frecare dintr-un rulment este format din mai multe componente, determinate de următoarele procese:

- frecarea dintre corpurile de rulare și inele;
- frecarea dintre corpurile de rulare și colivie;
- rezistența hidrodinamică a lubrifianțului;
- frecarea din etanșări.

Stabilirea unei expresii de calcul care să țină seama de toate aceste procese este dificilă și are un caracter foarte aproximativ datorită complexității fenomenelor. Din această cauză, se utilizează o formulă, având caracter sintetic, similară cu cea întâlnită la cuplele de alunecare,

$$M_f = \mu_0 \cdot r_0 \cdot R \quad (1)$$

în care notațiile au următoarele semnificații:

M_f – momentul de frecare din rulment;

μ_0 – coeficientul de frecare redus;

r_0 – raza de reducere care este, de regulă, raza cercului care trece prin centrele corpurilor de rulare (Fig. 1);

R – reacțiunea normală din cuplă sau forța de încărcare a rulmentului.

Coeficientul de frecare redus, care reflectă, în mod global, toate rezistențele la deplasare, se determină prin metode experimentale. Trebuie menționat că acest coeficient depinde și de viteza unghiulară de funcționare a rulmentului.

În tabelul 1 se indică, informativ, domeniile în care se încadrează coeficientul de frecare redus.

Tabelul 1

Tipul rulmentului	Coeficientul de frecare redus μ_0
cu bile	0,001 – 0,004
cu role	0,0025 – 0,01

2. DESCRIEREA INSTALAȚIEI, PRINCIPIUL METODEI

Metoda lansării, care face obiectul lucrării de față, presupune utilizarea instalației reprezentată în Fig. 2, formată din motorul electric 1 care poate antrena în mișcare de rotație volantul 4, prin intermediul unui cuplaj de fricțiune 2. Arborele volantului se sprijină pe rulmenții 3, pentru care se determină coeficientul de frecare redus.

Instalația este prevăzută, de asemenea, cu un traductor inductiv 5 pentru măsurarea vitezei unghiulare. Volantul se „lansează” antrenându-l în mișcare de rotație cu o viteză egală cu cea a motorului, după care se face decuplarea de la motor.

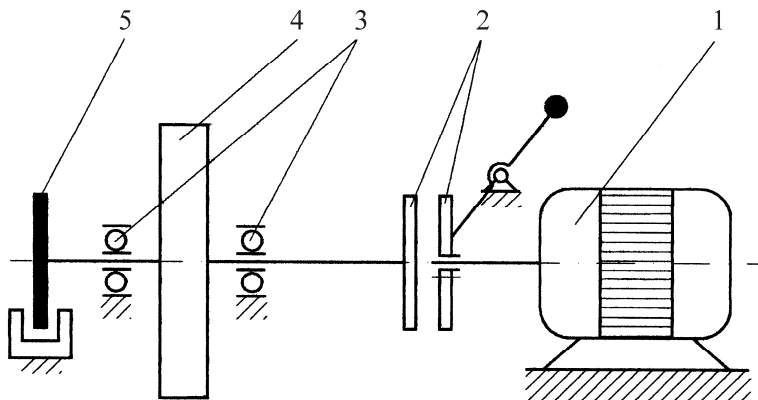


Fig. 2

Datorită frecării din rulmenți, viteza unghiulară se reduce până ce volantul se oprește. Ecuația de mișcare a volantului, caracteristică mișcării de rotație, este:

$$M_f = -J_v \cdot \frac{d\omega}{dt} = -J_v \cdot \varepsilon \quad (2)$$

în care M_f este momentul de frecare din rulmenți, J_v este momentul de inerție al sistemului mobil (volant, arbore) în raport cu axa de rotație, iar ω este viteza unghiulară a volantului. Egalând expresiile (1) și (2) ale lui M_f , se obține

$$\mu_0 = -\frac{J_v}{r_0 \cdot R} \cdot \varepsilon \quad (3)$$

Relația (3) permite calculul coeficientului de frecare redus, dacă se cunoaște $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$, deoarece ceilalți parametri sunt niște caracteristici constante ale instalației.

Pentru aceasta, se determină funcția $\omega(t)$, definită prin valori discrete, prin măsurarea periodică a vitezei unghiulare. Datele experimentale se prelucrează pe cale grafică sau numerică pentru a obține funcția $\mu_0(\omega)$, care reprezintă obiectivul final al lucrării. Metoda lansării are avantajul că nu se limitează la a determina coeficientul de frecare redus la o anumită viteză, ci permite și cunoașterea variației sale în raport cu viteza.

3. MODUL DE LUCRU

1). Se pornește motorul cu volantul decuplat. Apoi se cuplează treptat până când indicația instrumentului alimentat de traductorul 5 se stabilizează. Aceasta înseamnă ca volantul a atins viteza unghiulară a motorului.

2). Se decuplează volantul și se citesc, la intervale egale de timp, indicațiile instrumentului de măsură, notate cu C . Datele se înscriu în Tabelul 2.

3). Se etalonează aparatul de măsurare a vitezei unghiulare, care consta în determinarea constantei k_a ,

$$k_a \left[\frac{\text{rad/s}}{\text{div}} \right] = \frac{\pi \cdot n [\text{rot/min}]}{30 \cdot C_i [\text{div}]} \quad (4)$$

n – turația nominală a motorului, înscrisă pe carcasa;

C_i – indicația inițială (maximă) a aparatului, înregistrată în momentul decuplării.

4). Se calculează vitezele unghiulare ω , ale volantului corespunzătoare citirilor C , utilizând relația

$$\omega [\text{rad/s}] = k_a \left[\frac{\text{rad/s}}{\text{div}} \right] \cdot C [\text{div}] \quad (5)$$

Datele se înscriu în Tabelul 2.

Tabelul 2 $k_a =$ [rad/s/div]

t	0					
C						
ω						

4. PRELUCRAREA REZULTATELOR

4.1. Procedeu grafic

1) Se trasează graficul $\omega(t)$, utilizând datele din Tabelul 2 (Fig. 3). Scările k_ω [rad/s/mm] și k_t [s/mm] se înscriu pe desen.

2) Se consideră mai multe puncte pe diagramă repartizate uniform (se recomandă 5 puncte). În fiecare punct se trasează tangenta la curbă și se măsoară unghiul ascuțit β format de tangentă cu abscisa, așa cum se indică, în Fig. 3, pentru punctul P.

3) Se calculează, pentru fiecare punct adoptat pe curbă, accelerația unghiulară

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

având în vedere că derivata unei funcții este egală cu tangenta unghiului format de tangenta geometrică la curbă, cu axa absciselor, măsurat în sens trigonometric.

$$\varepsilon[\text{rad/s}^2] = -\frac{k_\omega \left[\frac{\text{rad/s}}{\text{mm}} \right]}{k_t \left[\frac{\text{s}}{\text{mm}} \right]} \cdot \text{tg}\beta \quad (6)$$

Valorile se înscriu în Tabelul 3.

4) Se calculează, pentru fiecare punct de pe curbă, coeficientul de frecare redus (3),

$$\mu_0 = -\frac{J_v \left[\text{kg} \cdot \text{m}^2 \right]}{r_0 \left[\text{m} \right] \cdot R \left[\text{N} \right]} \cdot \varepsilon \left[\text{rad/s}^2 \right] \quad (7)$$

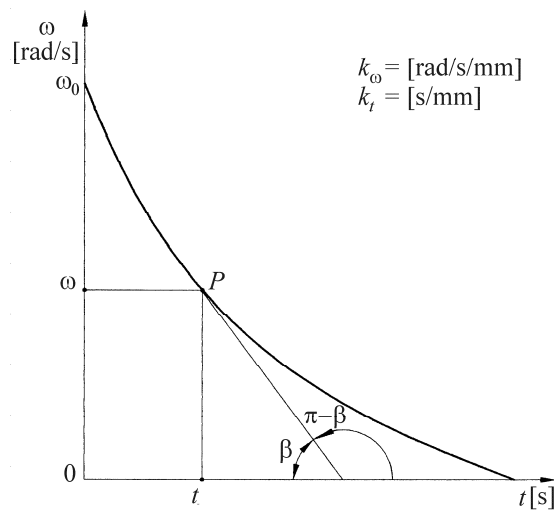


Fig. 3

Valorile se înscriu în Tabelul 3.

5) Se trasează diagrama $\mu_0(\omega)$ cu datele din Tabelul 3. Scările k_ω [rad/s/mm] și k_μ [1/mm] se înscriu pe desen.

Tabelul 3

Parametrul	Proveniența	Valoarea			
k_ω [rad/s/mm]	Fig. 3				
k_t [s/mm]	Fig. 3				
J_v [kgm ²]	-	0.01496		0.01496	
R [N]	-	187.8		187.8	
r_o [m]	-	0.0287		0.0192	
ω [rad/s]	Fig. 3				
β [grade]	Fig. 3				
ε [rad/s ²]	formula (6)				
μ_0	formula (7)				

4.2. Procedul numeric

Procedul numeric constă, în esență, în aproximarea funcției $\omega(t)$ definită prin valori discrete (Tabelul 2) printr-o funcție polinomială. Aceasta funcție se derivează numeric, obținând funcția $\varepsilon(t)$ care servește la determinarea coeficientului de frecare redus (3). În cele ce urmează se prezintă un program, care servește la rezolvarea problemei. Programul conține cinci secvențe care se prezintă în continuare.

1) Se definesc variabilele t (timpul) și i (numărul de ordine al citirilor, pornind de la zero).

2) Se introduc datele inițiale J_v , R , r_o , n , p (perioada de timp dintre două citiri) și vectorul C_i ale cărui elemente sunt citirile.

3) Se calculează k_a și vectorii W_i , T_i . Elementele vectorilor W_i și T_i reprezintă valorile vitezei unghiulare și a timpului corespunzătoare fiecărei citiri.

4) Se determina funcția $\omega(t)$ cu ajutorul funcțiilor **regress** și **interp**, care au sintaxa indicată în program. Parametrul m reprezintă gradul polinomului de interpolare și poate avea valori de la 1 la 5. Stabilirea valorii lui m se face prin încercări, pe baza diagramei $\omega(t)$, comparată cu punctele funcției discrete W_i (T_i) – Fig. 4. Ca un criteriu pentru alegerea valorii m , se poate adopta abaterea maximă Δ_{\max} dintre funcțiile $\omega(t)$ și W_i (T_i). În cazul nostru se obțin următoarele valori în funcție de m : $m = 2$, $\Delta_{\max} = 2,737$; $m = 3$, $\Delta_{\max} = 2,096$; $m = 4$, $\Delta_{\max} = 2,098$; $m = 5$, $\Delta_{\max} = 150,738$. S-a adoptat $m = 3$, care conduce la valoarea minimă pentru Δ_{\max} . Funcția $\varepsilon(t)$ se determină prin derivarea numerică a funcției $\omega(t)$.

5) Se determină funcția $\mu_0(t)$. Se calculează, de asemenea, funcția $\mu_{0s}(t)$ prin înmulțirea funcției $\mu_0(t)$ cu un coeficient (în cazul dat: 10.000). Aceasta funcție este necesară pentru a reprezenta grafic, pe aceeași diagramă, funcțiile $\omega(t)$ și $\mu_{0s}(t)$, deoarece între ω și μ_0 sunt diferențe de ordin de mărime foarte mari.

Lucrarea de laborator nr. 8

DETERMINAREA RANDAMENTULUI MECANIC AL UNUI REDUCTOR MELCAT

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Reductoarele de turație sunt mecanisme formate din unul sau mai multe angrenaje legate în serie, care transmit mișcarea de rotație cu raport de transmitere supraunitar ($i_{1n} > 1$). Prin urmare, viteza unghiulară [rad/s] sau turația [rot/min] la arborele de intrare sunt mai mari decât la arborele de ieșire. Reductoarele de turație au o mare utilizare în construcția de mașini. Aceasta se explică prin faptul că viteza unghiulară nominală a motoarelor rotative este, în general, mai mare decât cea necesară pentru antrenarea mecanismelor de lucru, astfel încât, între ele, se interpun reductoare de turație. Reductoarele de uz general se concep și se fabrică independent, sunt tipizate și au un grad mare de standardizare.

În practica de proiectare, reductoarele se adoptă din cataloage, în funcție de caracteristicile funcționale necesare (raport de transmitere, putere, etc.).

Reductoarele se construiesc, uneori, împreună cu motoarele de acționare și poartă numele de motoreductoare.

Randamentul mecanic al unui reductor se definește ca raportul dintre puterea utilă, dezvoltată la arborele de ieșire ($P_u = P_n$) și puterea motoare, primită de la motorul de acționare, la arborele de intrare ($P_m = P_1$),

$$\eta = \frac{P_u}{P_m} = \frac{P_n}{P_1} \quad (1)$$

Randamentul este, întotdeauna, subunitar pentru că între puterile P_m și P_u există relația

$$P_m = P_u + P_f \quad (2)$$

în care $P_f > 0$ este puterea pierdută prin frecare. Desigur, comportarea, din punct de vedere energetic, a reductorului este cu atât mai bună, cu cât pierderile prin frecare sunt mai mici, iar randamentul este mai apropiat de unitate.

Puterile P_1 și P_n se pot exprima în funcție de vitezele unghiulare (ω_1, ω_n) și de momentele transmise de cei doi arbori (M_1, M_n),

$$P_1 = \omega_1 \cdot M_1 \quad (3)$$

$$P_n = \omega_n \cdot M_n \quad (4)$$

Înlocuind aceste expresii în formula (1), se obține:

$$\eta = \frac{M_n \cdot \omega_n}{M_1 \cdot \omega_1} = \frac{M_n}{M_1} \cdot \frac{1}{i_{1n}} \quad (5)$$

în care i_{1n} este raportul de transmitere al reductorului. Trebuie de remarcat că puterea P_I are caracter motor - viteza unghiulară ω_I și momentul M_I au același sens, pe când puterea P_n este rezistentă - viteza unghiulară ω_n și momentul M_n au sensuri opuse.

Randamentul mecanic se poate determina pe cale teoretică sau prin metode experimentale. În calculele teoretice se utilizează formule care țin seama numai parțial de pierderile de putere prin frecare. În aceste formule intervin valorile coeficienților de frecare ale căror valori se pot aprecia cu o aproximație destul de mare datorită multitudinii de factori care îi influențează. Astfel, în cazul angrenajelor melcate se utilizează formula

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\gamma)}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi)} \quad (6)$$

în care γ este unghiul de înclinare a dintelui melcului în raport cu un plan perpendicular cu axa de rotație, iar φ este unghiul de frecare dintre flancuri, care depinde de coeficientul de frecare μ ,

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\mu) \quad (7)$$

Formula (6) ține seama numai de pierderile prin frecare din angrenare și neglijează frecarea din lagăre, din etanșări, etc.

Determinările experimentate sunt utile deoarece iau în considerare, global, toate pierderile de putere prin frecare și pot pune în evidență dependența randamentului de unii factori funcționali cum sunt viteza sau încărcarea.

O instalație experimentală pentru determinarea randamentului conține, pe lângă reductorul de încercat un motor de acționare și un sistem de încărcare care creează un moment rezistent la arborele de ieșire. În afară de acestea trebuie prevăzute sisteme de măsurare cu care se determină, direct sau indirect, puterea utilă și puterea motoare. În Laboratorul de Mecanisme există două instalații experimentale pentru determinarea randamentului reductoarelor care au sisteme de încărcare similare, dar principiul de măsurare al puterii motoare este diferit.

2. INSTALAȚIA 1 (Fig. 1)

2.1. Descrierea instalației, principiul de funcționare

Instalația se compune din reductorul de încercat format din melcul 1 și roata melcată 2, care este antrenat de un motor electric de curent continuu, 3. Motorul și reductorul, luate împreună, pot fi considerate un motoreductor deoarece sunt proiectate și fabricate unitar. Motoreductorul servește la antrenarea ștergătorului de parbriz al unui autovehicul. În circuitul de alimentare al motorului sunt montate un voltmetru, V , și un ampermetru, A . Sistemul de încărcare este format dintr-o curea, 4 care se înfășoară peste o roată, 5 - solidară ca roata melcată 2. Un capăt al curelei este fixat la batiu prin intermediul unui dinamometru format dintr-un inel elastic, 7 și un comparator cu cadran, 8 care măsoară deformația inelului. De celălalt capăt al curelei se atașează o piesă 6 de masă cunoscută. Momentul rezistent se obține prin frecarea dintre cureaua 4 și roata 5.

Puterea motoare a motoreductorului P_{mM} este puterea electrică dezvoltată în circuitul de alimentare,

$$P_{mM} = U \cdot I \quad (8)$$

în care U este tensiunea măsurată cu voltmetrul V , iar I este intensitatea măsurată cu ampermetrul A .

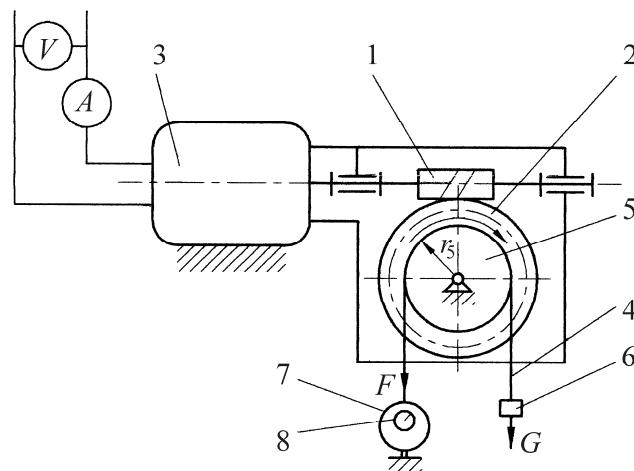


Fig. 1

Puterea motoare a reductorului P_{mR} se determină ținând seama de pierderile de putere de natură mecanică și electrică din motor,

$$P_{mR} = P_{mM} \cdot \eta_M \quad (9)$$

în care η_M este randamentul motorului, care depinde de puterea electrică P_{mM} și se determină din diagrama din Fig. 2. Această diagramă a fost trasată, de asemenea, prin încercări experimentale.

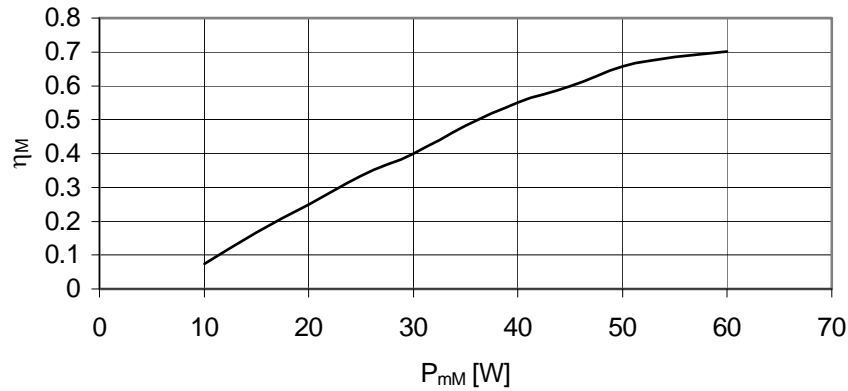


Fig. 2

Puterea utilă P_u se determină pe baza relației:

$$P_u = M_2 \cdot \omega_2 \quad (10)$$

în care M_2 și ω_2 sunt momentul rezistent și viteza unghiulară a elementului condus - roata melcată 2. Momentul M_2 este provocat de forța de frecare F_f dintre cureaua 4 și roata 5, iar valoarea sa se calculează cu relația

$$M_2 = F_f \cdot r_5 \quad (11)$$

în care r_5 este raza roții 5. La rândul său, forța de frecare F_f se calculează ca diferența dintre forțele de întindere (tensiunile) ale celor două ramuri ale curelei 4,

$$F_f = F_D - G \quad (12)$$

în care F_D este tensiunea din ramura din stânga, măsurată cu dinamometrul, iar G este greutatea masei 6. Înlocuind expresia (12) în formula (11) se obține

$$M_2 = (F_D - G) \cdot r_5 \quad (13)$$

Având în vedere formula de definiție a randamentului (1), rezultă expresia randamentului motoreductorului η_{MR}

$$\eta_{MR} = \frac{P_u}{P_{mM}} = \frac{M_2 \cdot \omega_2}{P_{mM}} \quad (14)$$

și a reductorului, η_R ,

$$\eta_R = \frac{P_u}{P_{mM}} = \frac{M_2 \cdot \omega_2}{P_{mM} \cdot \eta_m} \quad (15)$$

2.2. Modul de lucru

Menționăm că, odată cu parcurgerea etapelor de lucru, parametrii care se măsoară sau se calculează se înscriu în Tabelul 1.

1) Se efectuează etalonarea dinamometrului care constă în determinarea constantei K_d . Pentru aceasta se execută următoarele operații:

- Se detașează cureaua 4 de inelul elastic 7;
- Se pune comparatorul 8 la zero prin rotirea cadranelui său;
- Se așează pe inelul 7 o masă de valoare cunoscută m_e și se observă numărul de diviziuni cu care se rotește indicatorul, n_e ;
- Se calculează K_d ,

$$K_d [\text{N/div}] = \frac{m_e [\text{Kg}] \cdot g [\text{m/s}^2]}{n_e [\text{div}]} \quad (16)$$

2) Se măsoară, cu șublerul, raza r_5 a roții de curea

3) Se pornește motorul și se atașează la curea, o masă m_6 . Se fac următoarele citiri:

- tensiunea $U[\text{V}]$;
- intensitatea $I[\text{A}]$;
- numărul de diviziuni cu care se rotește indicatorul dinamometrului, $n_D[\text{div}]$

4) Se calculează puterea electrică P_{mM} ,

$$P_{mM} [\text{w}] = U[\text{V}] \cdot I[\text{A}] \quad (17)$$

5) Se calculează forțele din ramurile curelei, F_D , G și momentul rezistent M_2 ,

$$F_D [\text{N}] = n_D [\text{div}] \cdot K_D [\text{N/div}] \quad (18)$$

$$G [\text{N}] = m_6 [\text{Kg}] \cdot g [\text{m/s}^2] = 9,8 \cdot m_6 [\text{Kg}] \quad (19)$$

$$M_2 [\text{N} \cdot \text{m}] = (F_D [\text{N}] - G [\text{N}]) \cdot r_5 [\text{m}] \quad (20)$$

6) Se măsoară viteza unghiulară ω_2 în condiții de încărcare. Deoarece această viteză este mică se poate determina prin cronometrare. Astfel, se determină timpul t pentru un număr de rotații prestabilit, n_r . Se recomandă $n_r=30$ rotații. Viteza unghiulară este

$$\omega [\text{rad/s}] = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_r [\text{rot}]}{t [\text{s}]} \quad (21)$$

7) Se determină randamentul motorului η_M din diagrama din Fig. 2, în funcție de P_{mM} [W].

8) Se calculează randamentul motoreductorului, η_{MR} și a reductorului, η_R ,

$$\eta_{MR} = \frac{M_2[\text{N} \cdot \text{m}] \cdot \omega_2[\text{rad/s}]}{P_{mM}[\text{W}]} \quad (22)$$

$$\eta_R = \frac{\eta_{MR}}{\eta_M} \quad (23)$$

9) Se repetă determinările pentru toate masele m_6 existente la dispoziția lucrării. Rezultatele se înscriu în Tabelul 1.

10) Se trasează diagramele $\eta_{MR}(M_2)$ și $\eta_R(M_2)$, precizând, prin scriere pe desen, scările K_η [1/mm] și K_M [N·m/mm].

Tabelul 1

Parametrul	Proveniența	Valoarea				
m_e [kg]	Se adoptă					
n_e [div]	Se măsoară					
k_d [N/div]	formula (16)					
r_5 [m]	Se măsoară					
m_6 [kg]	Se folosesc toate masele de la lucrare					
U [V]	Se măsoară					
I [A]	Se măsoară					
n_D [div]	Se măsoară					
P_{mM} [w]	formula (17)					
F_D [N]	formula (18)					
G [N]	formula (19)					
M_2 [Nm]	formula (20)					
n_r [rot]	Se adoptă					
t [s]	Se măsoară					
ω_2 [rad/s]	formula (21)					
η_M	Fig. 2					
η_{MR}	formula (22)					
η_R	formula (23)					

3. INSTALAȚIA 2 (Fig. 3)

3.1 Descrierea instalației, principiul de funcționare

Reductorul de încercat, format din melcul 1 și roata melcată 2, este antrenat în mișcare de un motor electric 3. Statorul motorului este suspendat pe două lagăre 4, având posibilitatea să oscileze în jurul axei arborelui. Fixarea statorului se face cu ajutorul unei pârgii 5 care se sprijină pe un dinamometru format dintr-un inel elastic 6 și un comparator cu cadran 7. Sistemul de încărcare este format dintr-o curea 8 care se înfășoară peste roata 9, solidară cu roata melcată. O ramură a curelei este fixată la batiu prin intermediul unui dinamometru format dintr-un inel elastic 10 și un comparator cu cadran 11. La cealaltă ramură se atașează o piesă 12 de masă cunoscută.

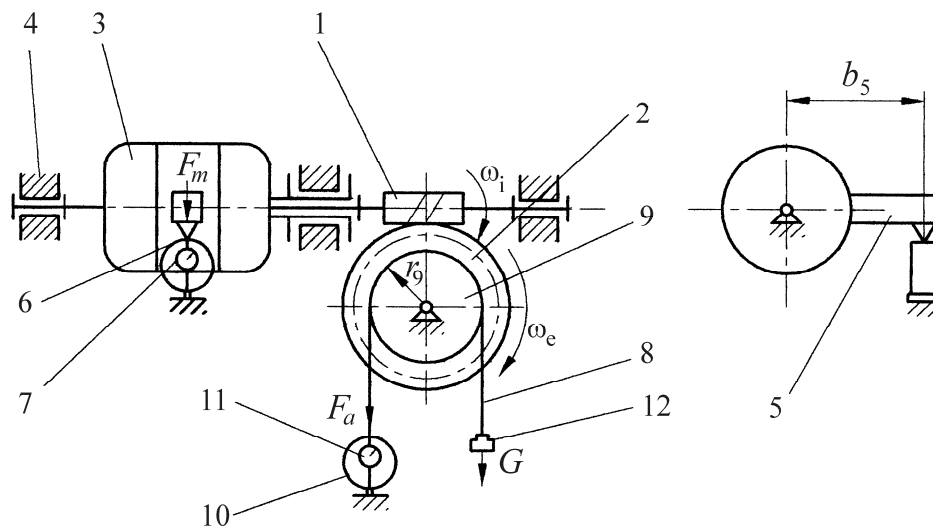


Fig. 3

Randamentul reductorului η se calculează cu formula (5) particularizată astfel

$$\eta = \frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{1}{i_{12}} \quad (24)$$

Momentul motor M_1 este egal cu momentul care menține statorul în echilibru și se determină cu formula

$$M_1 = F_{D6} \cdot b_5 \quad (25)$$

în care F_{D6} este forța cu care apasă pârghia 5 pe inelul dinamometrului 6 iar b_5 este brațul pârghiei.

Momentul rezistent M_2 este determinat de forța de frecare dintre cureaua 8 și roata 9 și are expresia

$$M_2 = (F_{D10} - G) \cdot r_9 \quad (26)$$

în care F_{D10} este forța de întindere din ramura din stânga a curelei – măsurată cu dinamometrul (9,10), G este greutatea piesei 12, iar r_9 este raza roții 9.

În fine, raportul de transmitere i_{12} se determină în funcție de numărul de începături ale melcului z_1 și numărul de dinți ai roții melcate z_2

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} \quad (27)$$

3.2. Modul de lucru

Parametrii mășurați sau calculați se trec în Tabelul 2.

1) Se efectuează etalonarea dinamometrului 6, 7, în vederea determinării constantei k_{D6}

- Se detașează pârghia 5 de inelul elastic 6;
- Se pune comparatorul 7 la zero;
- Se încarcă inelul 6 cu o masă cunoscută m_{e6} și se observă numărul de diviziuni n_{e6} cu care se deplasează acul indicator;
- Se calculează k_{D6}

$$k_{D6}[\text{N/div}] = \frac{m_{e6}[\text{Kg}] \cdot g[\text{m/s}^2]}{n_{e6}[\text{div}]} \quad (28)$$

2) Se efectuează etalonarea dinamometrului 10, 11 pentru a determina constanta k_{D10} procedând la fel ca la punctul precedent

$$k_{D10}[\text{N/div}] = \frac{m_{e10}[\text{Kg}] \cdot g[\text{m/s}^2]}{n_{e10}[\text{div}]} \quad (29)$$

3) Se măsoară raza r_9 și brațul b_5

4) Se sprijină brațul 5 pe inelul 6 și se pune comparatorul 7 la zero pentru a compensa greutatea brațului. Apoi se pornește motorul și se atașează la cureaua 8 o piesă de masă m_{12} . Se determină numărul de diviziuni la cele două dinamometre n_{D6} și n_{D10} .

5) Se calculează forța F_{D6} și momentul motor M_1

$$F_{D6}[\text{N}] = n_{D6}[\text{div}] \cdot k_{D6}[\text{N/div}] \quad (30)$$

$$M_1[\text{N} \cdot \text{m}] = F_{D6}[\text{N}] \cdot b_5[\text{m}] \quad (31)$$

6) Se calculează forțele F_{D10} și G , din ramurile curelei și momentul rezistent M_2 ,

$$F_{D10}[\text{N}] = n_{D10}[\text{div}] \cdot k_{D10}[\text{N/div}] \quad (32)$$

$$G[\text{N}] = m_{12}[\text{Kg}] \cdot g[\text{m/s}^2] = 9,8 \cdot m_{12}[\text{Kg}] \quad (33)$$

$$M_2[\text{N} \cdot \text{m}] = (F_D[\text{N}] - G[\text{N}]) \cdot r_5[\text{m}] \quad (34)$$

7) Se calculează randamentul reductorului η

$$\eta = \frac{M_2[\text{N} \cdot \text{m}]}{M_1[\text{N} \cdot \text{m}]} \cdot \frac{1}{i_{12}} \quad (35)$$

Reductorul din laborator are $z_1 = 2$ și $z_2 = 62$, astfel încât,

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = 31 \quad (36)$$

7) Se repetă determinările pentru toate masele m_{12} existente la lucrare. Rezultatele se înscriu în Tabelul 2.

8) Se trasează diagrama $\eta(M_2)$ indicând scările $K_\eta[1/\text{mm}]$ și $K_M[\text{N} \cdot \text{m}/\text{mm}]$.

Tabelul 2

Parametrul	Proveniența	Valoarea				
m_{e6} [kg]	Se adoptă					
n_{e6} [div]	Se măsoară					
k_{D6} [N/div]	formula (28)					
m_{e10} [kg]	Se adoptă					
n_{e10} [div]	Se măsoară					
k_{D10} [N/div]	formula (29)					
r_9 [m]	Se măsoară					
b_5 [m]	Se măsoară					
i_{12}	Se indică	31				
m_{12} [kg]	Se folosesc toate masele de la lucrare					
n_{D6} [div]	Se măsoară					
F_{D6} [N]	formula (30)					
M_1 [Nm]	formula (31)					
n_{D10} [div]	Se măsoară					
F_{D10} [N]	formula (32)					
G [N]	formula (33)					
M_2 [Nm]	formula (34)					
η	formula (35)					

4. MODEL DE REFERAT

Date de identificare: numărul și titlul lucrării; numele, prenumele și grupa; data efectuării lucrării și data predării referatului.

*

- 1) Schema instalației.
- 2) Tabelul 1 sau Tabelul 2, în funcție de instalația utilizată
- 3) Diagramele $\eta_{MR}(M_2)$, $\eta_R(M_2)$ sau $\eta(M_2)$ în funcție de instalația utilizată.

Lucrarea de laborator nr. 9

ECHILIBRAREA ROTOARELOR CU MASE CONCENTRATE

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Rotoarele sunt elemente cinematice în mișcare de rotație în jurul unei axe fixe. Sistemul forțelor de inerție dezvoltate de rotoare este variabil în timp și provoacă reacțiuni dinamice în lagăre. Oscilațiile acestor reacțiuni generează vibrații care diminuează calitatea funcționării și reduc siguranța în exploatare a mașinilor. Fenomenul este cu atât mai dăunător, cu cât viteza de funcționare este mai mare, deoarece forțele de inerție sunt proporționale cu pătratul vitezei unghiulare.

Operația prin care torsorul rezultat al forțelor de inerție se anulează sau se diminuează, datorită unei repartizări judicioase a maselor, se numește **echilibrare**.

Echilibrarea poate fi **statică**, dacă se anulează forța de inerție rezultantă și **dinamică** sau **totală**, dacă se anulează atât forța de inerție, cât și momentul forțelor de inerție.

Condiția de echilibrare statică este: axa de rotație trebuie să fie axă centrală de inerție, adică centrul de masă să se afle pe axa de rotație.

Condiția de echilibrare dinamică: axa de rotație trebuie să fie axă principală centrală de inerție.

Echilibrarea experimentală a rotoarelor se efectuează pe baza principiului care arată că sistemul forțelor de inerție generat de un rotor se poate înlocui prin două forțe de inerție, dezvoltate de două mase concentrate, situate în plane arbitrare perpendiculare pe axa de rotație. Determinând valoarea și poziția acestor mase, echilibrarea se poate face în două moduri:

- prin eliminare de material, executând două găuri în pozițiile determinate;
- prin adăugare de material, montând două contragreutăți în poziții diametral opuse față de pozițiile determinate.

*

Se consideră un rotor format din n mase concentrate (greutăți) (Fig. 1) și două contragreutăți. Echilibrarea constă în anularea forței de inerție rezultante (\vec{F}_i) și a momentului rezultat al forțelor de inerție (\vec{M}_i),

$$\sum \bar{F}_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_i \bar{r}_i \omega^2 + m_A \bar{r}_A \omega^2 + m_B \bar{r}_B \omega^2 = 0$$

$$\sum \bar{M}_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n \bar{z}_i \times m_i \bar{r}_i \omega^2 + \bar{z}_A \times m_A \bar{r}_A \omega^2 + \bar{z}_B \times m_B \bar{r}_B \omega^2 = 0$$

în care m_i este o masă de ordin i , \bar{r}_i este vectorul său de poziție în planul său de rotație, iar \bar{z}_i coordonata planului. Parametrii m_A, \bar{r}_A, z_A și m_B, \bar{r}_B, z_B caracterizează cele două contragreutăți. Împărțind prin ω^2 (ω - viteza unghiulară a rotorului) se obțin ecuațiile:

$$\sum_{i=1}^n m_i \bar{r}_i + m_A \bar{r}_A + m_B \bar{r}_B = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{z}_i \times m_i \bar{r}_i + \bar{z}_A \times m_A \bar{r}_A + \bar{z}_B \times m_B \bar{r}_B = 0 \quad (2)$$

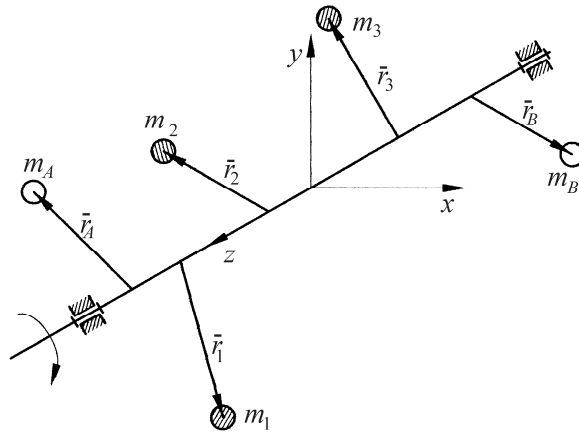


Fig. 1

Ecuția (2) se poate simplifica prin înmulțire vectorială cu versorul \bar{k} al axei z . Prin această operație, un vector oarecare de ordinul i devine:

$$\bar{k} \times (\bar{z}_i \times m_i \bar{r}_i) = \bar{z}_i (m_i \bar{k} \cdot \bar{r}_i) - m_i \bar{r}_i (\bar{k} \cdot \bar{z}_i).$$

Deoarece $\bar{k} \perp \bar{r}_i$ și $\bar{k} \parallel \bar{z}_i$ rezultă:

$$\bar{z}_i (m_i \bar{k} \cdot \bar{r}_i) = 0$$

$$m_i \bar{r}_i (\bar{k} \cdot \bar{z}_i) = m_i z_i \bar{r}_i$$

$$\bar{k} \times (\bar{z}_i \times m_i \bar{r}_i) = -m_i z_i \bar{r}_i.$$

În felul acesta, ecuația (2) devine:

$$\sum_{i=1}^n m_i z_i \bar{r}_i + m_A z_A \bar{r}_A + m_B z_B \bar{r}_B = 0 \quad (3)$$

2. MODUL DE LUCRU

Rotorul de echilibrat, existent în laborator, este prevăzut cu 5 mase concentrate (greutăți) și două contragreutăți amplasate la extremitățile rotorului (Fig. 2). Masele greutăților și ale contragreutăților sunt egale: $m_i = m_A = m_B = m$. Pentru

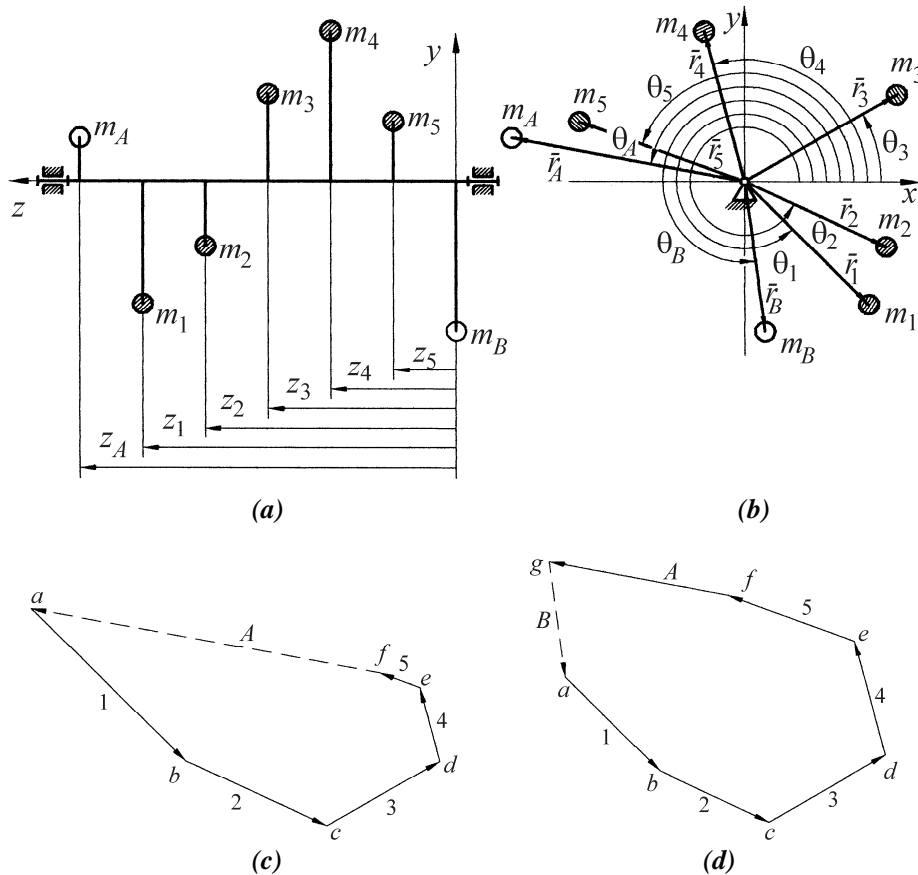


Fig. 2

simplificarea rezolvării sistemului (1), (3), originea sistemului de coordonate se adoptă în planul unei contragreutăți, de exemplu în planul contragreutății B , astfel încât $z_B = 0$. În aceste condiții sistemul (1), (3) devine:

$$\sum_{i=1}^n \bar{r}_i + \bar{r}_A + \bar{r}_B = 0 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^5 z_i \bar{r}_i + z_A \bar{r}_A = 0. \quad (5)$$

Greutățile și contragreutățile sunt montate pe tije filetate, astfel încât razele lor se pot regla, iar planele de rotație sunt fixe prin construcție. Pozițiile unghiulare ale greutăților sunt, de asemenea, fixe, iar ale contragreutăților se pot regla.

Într-o primă etapă se determină, prin măsurare, parametrii de poziție inițiali r_i, z_i, θ_i ($i = 1,5$), z_A care se înscriu în Tabelul 1.

Tabelul 1	1	2	3	4	5	A	B
r [m]							
r (poligon) [mm]							
θ [grade]							
z [m]							0
rz [m ²]							0
rz (poligon) [mm]							0

- Razele r_i ($i = 1,5$) se reglează arbitrar și se măsoară cu șublerul.
- Coordonatele z_i ($i = 1,5$) și z_A se măsoară luând ca origine, așa cum s-a arătat, planul contragreutății B .
- Unghiurile θ_i ($i = 1,5$) se măsoară cu ajutorul unui cadran gradat, cu care este prevăzut rotorul. Tijele greutăților se aduc, pe rând, în poziție verticală, fixându-le cu ajutorul unui dispozitiv. Pentru fiecare greutate se citește unghiul indicat pe cadran.

Parametrii necunoscuți $r_A, \theta_A, r_B, \theta_B$ se pot determina pe cale grafică sau analitică așa cum se arată în continuare.

2.1. Procedeu grafic

1) Se rezolvă ecuația (5) pentru a determina $\bar{r}_A(r_A, \theta_A)$.

- Se calculează produsele $z_i \cdot r_i$ ($i = 1,5$) și se înscriu în Tab. 1.

- Se reprezintă rotorul în două vederi (Fig. 2a, b) în care unghiurile θ_i ($i = 1,5$) trebuie să aibă valori reale. În aceste desene lungimile r_i și z_i nu este necesar să se reprezinte la scară.

- Se construiește, la scara $k_1 \left[\frac{\text{m}^2}{\text{mm}} \right]$, poligonul $abcdef$ (Fig. 2c) format din vectorii $z_i \bar{r}_i$. Vectorii se orientează ca și vectorii \bar{r}_i din Fig. 2b. Vectorul \overline{fa} care închide poligonul, reprezintă produsul $z_A \bar{r}_A$ și permite calculul razei \bar{r}_A ,

$$\bar{r}_A [\text{m}] = \frac{fa [\text{mm}] \cdot k_1 \left[\frac{\text{m}^2}{\text{mm}} \right]}{z_A [\text{m}]} \quad (6)$$

- Se reprezintă vectorul \bar{r}_A în Fig. 2b, cu aceeași orientare (direcție și sens) ca și vectorul \overline{FA} , iar, apoi, se măsoară unghiul θ_A .

2) Se rezolvă ecuația (4), având în vedere că vectorul $\bar{r}_A(r_A, \theta_A)$ este cunoscut, determinat anterior.

- Se construiește, la scara $k_2 \left[\frac{\text{m}}{\text{mm}} \right]$, poligonul $abcdefg$ (Fig. 2d) format din vectorii \bar{r}_i . Vectorul \overline{GA} , care închide poligonul, reprezintă \bar{r}_B . Raza r_B se calculează cu formula

$$r_B [\text{m}] = ga [\text{mm}] \cdot k_2 \left[\frac{\text{m}}{\text{mm}} \right] \quad (7)$$

- Se reprezintă vectorul \bar{r}_B în Fig. 2b, având orientarea vectorului \bar{r}_B , și se măsoară unghiul θ_B .

2.2. Procedeu analitic

1) Se rezolvă ecuația (5)

$$\bar{r}_A = -\frac{1}{z_A} \sum_1^5 z_i \bar{r}_i$$

$$r_{Ax} = -\frac{1}{z_A} \sum_1^5 z_i r_i \cos \theta_i$$

$$r_{Ay} = -\frac{1}{z_A} \sum_1^5 z_i r_i \sin \theta_i$$

$$r_A = \sqrt{r_{Ax}^2 + r_{Ay}^2}$$

$$\theta_A = \operatorname{arctg} \frac{r_{Ay}}{r_{Ax}}$$

2) Se rezolvă ecuația (4)

$$r_B = -\sum_1^5 \bar{r}_i - \bar{r}_A$$

$$r_{Bx} = -\sum_1^5 r_i \cos \theta_i - r_A \cos \theta_A$$

$$r_{By} = -\sum_1^5 r_i \sin \theta_i - r_A \sin \theta_A$$

$$r_B = \sqrt{r_{Bx}^2 + r_{By}^2}$$

$$\theta_B = \operatorname{arctg} \frac{r_{By}}{r_{Bx}}$$

Relațiile indicate mai sus se pot programa cu ușurință în vederea rezolvării pe calculator. Alăturat se prezintă un program de rezolvare pe calculator.

*

În finalul lucrării se reglează contragreutățile în pozițiile calculate, la parametrii $r_A, \theta_A, r_B, \theta_B$. Dacă rotorul este echilibrat, se constată o funcționare liniștită, fără vibrații.

3. MODEL DE REFERAT

Date de identificare: numărul și titlul lucrării; numele, prenumele și grupa; data efectuării lucrării și data predării referatului.

*

- 1) Figura 2 a, b, c, d cu scările k_1 și k_2 notate pe desen.
- 2) Tabelul 1 cu toate rubricile completate. Dacă rezolvarea se face pe calculator, se anexează programul rulat cu date numerice concrete.