

# CUPRINS

<b>Tema nr. 1 – MECANISME CU BARE .....</b>	3
Enunțul temei .....	3
Cerințe de lucru .....	4
<b>1.1 ANALIZA STRUCTURALĂ A MECANISMULUI .....</b>	5
1.1.1 Identificarea cuprelor și elementelor cinematicice .....	5
1.1.2 Familia mecanismului f .....	6
1.1.3 Calculul gradului de mobilitate M .....	7
1.1.4 Descompunerea mecanismului în grupe structurale .....	7
<b>1.2. SINTEZA DIMENSIONALĂ A MECANISMULUI .....</b>	9
<b>1.3 ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMULUI .....</b>	10
1.3.1 Metoda analitică .....	11
Formularea problemei .....	11
1.3.2 Metoda grafo-analitică .....	13
<b>1.4 ANALIZA CINETOSTATICĂ .....</b>	16
1.4.1 Categorii de forțe ce lucrează în mecanism .....	18
Determinarea forțelor de reacțiune din mecanism în ipoteza neglijării frecărilor .....	21
1.4.2 Metoda analitică .....	22
1.4.3 Metoda grafo-analitică .....	24
<b>Tema nr.2 – MECANISM CU ROȚI DINTATE .....</b>	25
Enunțul temei .....	25
Cerințe de lucru .....	25
2.1 Gradul de mobilitate al mecanismului. tipul de mecanism .....	26
2.2 Calculul numerelor de dinti necunoscute $z_1, z_2$ din condiția de coaxialitate .....	27
2.3 Determinarea $i_{17}, n_7, \omega_7, n_2, \omega_2$ cu ajutorul relației lui Willis .....	28
2.4 Calculul elementelor cinematice pentru perechea de roți $z_5 - z_6$ .....	31
2.5 Calculul geometrico cinematic pentru perechea de roți $z_6 - z_7$ .....	43
2.6 Desene de execuție pentru roata interioară $z_6$ și roata conică $z_7$ .....	53
<b>Bibliografie .....</b>	52
<b>Anexe .....</b>	53

# Tema nr. 1 – MECANISME CU BARE

## Enunțul temei

Să se efectueze analiza structurală cinematică și cinetostatică a mecanismului manivelă – piston (bielă – manivelă) din construcția unui motor cu ardere internă cu aprindere prin scânteie (M A S) în patru timpi.

Se vor folosi datele numerice din tabelul 1.1

Tabelul 1.1

Denumire	Simbol	Um	Valoare
Diametrul cilindrului	D	[mm]	82,5
Lungimea bielei	l	[mm]	256
Unghiul de presiune maxim	$\theta_{\max}$	[ $^{\circ}$ ]	12,2
Turația arborelui cotit	n	[rot/min]	4000

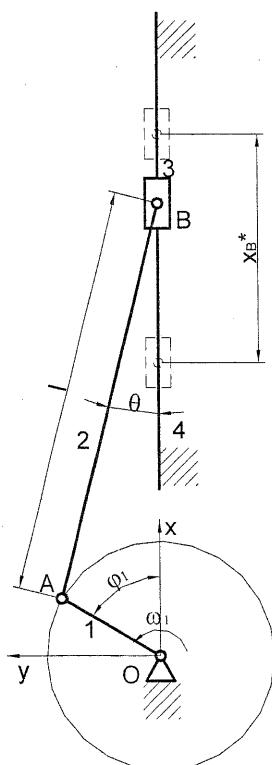


Fig.1.1

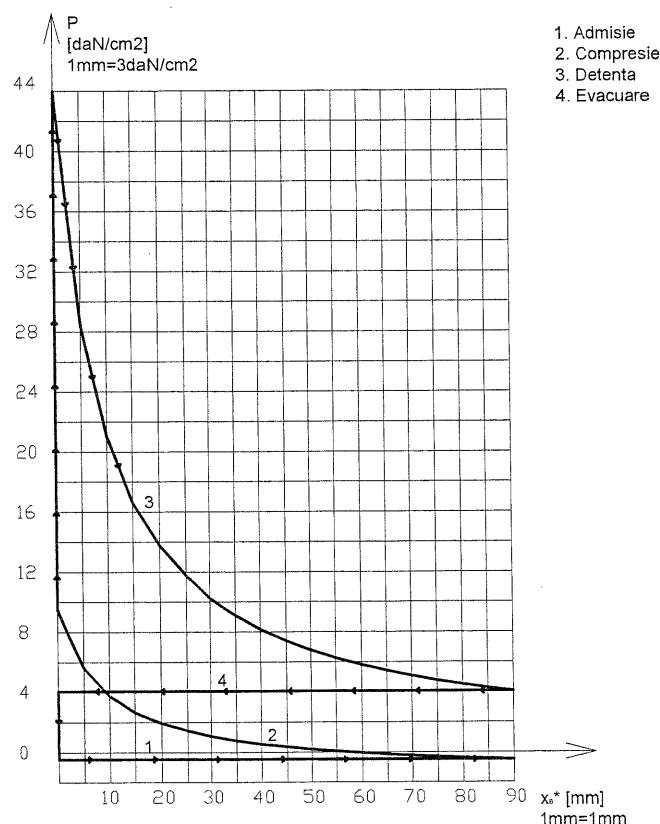


Fig.1.2

## Cerințe de lucru

### **1.1 Analiza structurală a mecanismului**

- 1.1.1 Identificarea cuprelor și elementelor cinematicice
- 1.1.2 Familia mecanismului
- 1.1.3 Calculul gradului de mobilitate
- 1.1.4 Descompunerea mecanismului în grupe structurale

### **1.2 Sinteza dimensională a mecanismului. Determinarea elementelor geometrice necunoscute (OA)**

### **1.3 Analiza cinematică a mecanismului**

- 1.3.1 Metoda analitică
- 1.3.2 Metoda grafoanalitică

### **1.4 Analiza cinetostatică**

- 1.4.1 Forțe care acționează în mecanism
- 1.4.2 Metoda analitică
- 1.4.3 Metoda grafică

## 1.1 ANALIZA STRUCTURALĂ A MECANISMULUI

### 1.1.1 Identificarea cuprelor și elementelor cinematicice.

#### Noțiuni fundamentale

**Element cinematic** – corp solid constituit dintr-o piesă mecanică sau din mai multe piese îmbinate rigid între ele.

**Cupla cinematică** – este legătura mobilă dintre două elemente cinematicice, formată prin contact direct între suprafetele lor.

**Gradul de mobilitate al cuplei** - este dat de numărul de parametrii independenți care determină complet poziția relativa a unui element în raport cu celalalt sau , altfel spus, numărul de mișcări elementare posibile.

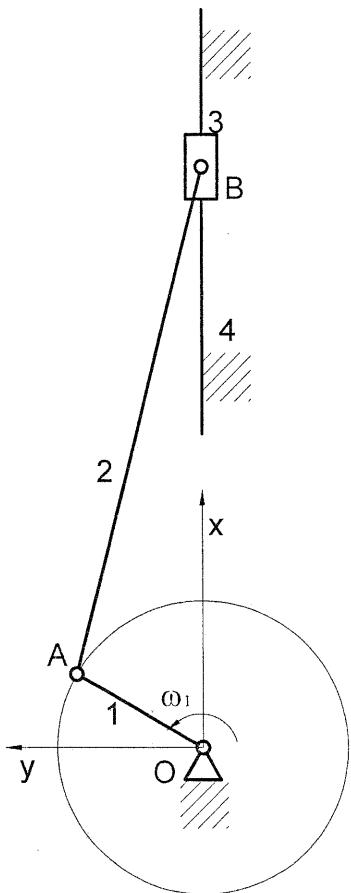
**Gradul de restrictivitate** – reprezintă numărul de mișcări elementare care nu se pot executa.

$$m + k = 6 \quad \text{unde } m \text{- grad de mobilitate, } k \text{- grad de restrictivitate.}$$

**Clasa cuplei** - este egală cu numărul gradul de restrictivitate.

#### Clasificarea cuprelor cinematicice:

- după modul de realizare al contactului:
  - inferioare sau conjugate – contact după o suprafață;
  - superioare sau necongruente – contact punctual sau liniar.
- după mișcarea relativa a elementelor
  - plane – mișcarea are loc în plan;
  - spațiale – mișcarea are loc în spațiu
- după construcție:
  - închise – legăturile împiedică deplasările în ambele sensuri – contact bilateral
  - deschise – sunt împiedicate deplasările doar într-un sens prin contact unilateral.



1 – manivelă  
 2 – bielă  
 3 – piston  
 4 – batiu (element fix)  
 Numărul de elemente  $n=4$   
 Număr de couple  $c_5 = 4$  ( $O, A, B, B'$ )

## 1.1.2 Familia mecanismului f

### Noțiuni fundamentale

**Familia mecanismului** este un criteriu de clasificare important pentru analiza comportării cinematice și statice a acestuia și este definită prin numărul de mișcări elementare ale elementelor mobile raportate la un sistem de referință fix, solidar (batiu) care nu pot fi executate de nici un element al mecanismului.

Tabelul 1.1.1

	$v_x$	$v_y$	$v_z$	$\omega_x$	$\omega_y$	$\omega_z$
1	-	-	-	-	-	+
2	+	+	-	-	-	+
3	+	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-
f			*	*	*	

Fig.1.1.1

Prin analiza tabelului 1.1.1 în care sunt indicate mișările permise ale fiecărui element, constatăm că nr. de restricții comune este în număr de 3 ( $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $v_z$ ), adică nici un element al mecanismului nu poate executa aceste mișcări de unde rezultă familia mecanismului :

$$f = 3$$

### 1.1.3 Calculul gradului de mobilitate M

Prin transformarea unui lanț cinematic într-un mecanism – adoptarea unui element fix – numărul de elemente mobile este  $n-1$ . Gradul de mobilitate  $M$  se calculează cu formula:

$$M = 6 \cdot (n-1) - \sum_1^5 k \cdot c_k ,$$

formula valabilă dacă ecuațiile sunt independente, sau:

$$M = 6 \cdot (n-1) - \left( \sum_1^5 k \cdot c_k - k_{pg} \right), \text{ unde}$$

$M$  – gradul de mobilitate,  $n$  – numărul de elemente,  $c_k$  – numărul de couple de clasa  $k$ , unde  $k=1..5$ ,  $k_{pg}$  – numărul de legături pasive globale.

În cazul mecanismelor de familie  $f=3$ , deoarece nu pot conține decât couple de clasa 4 sau 5, gradul de mobilitate se poate calcula cu formula:

$$M = 3(n-1) - 2c_5 - c_4 ,$$

iar numărul maxim de legături pasive globale la mecanismele cu un singur contur este  $k_{pg\max} = f = 3$

În cazul mecanismului studiat numărul de elemente este 4 iar numărul de couple de clasa 5 este 4. Gradul de mobilitate este :

$$M = 3(4-1) - 2 \cdot 4 - 0 = 1$$

### 1.1.4 Descompunerea mecanismului în grupe structurale

**Grupa structurală** este un lanț cinematic care face parte dintr-un mecanism și are următoarele proprietăți:

- 1) are un număr de couple conducețoare egal cu gradul de libertate.
- 2) are un număr de couple exterioare cu care se leagă în mecanism.
- 3) nu se poate descompune în grupe structurale mai simple.

**Gradul de libertate L** se determină ca diferența dintre numărul de parametri și numărul de ecuații care intervin în problema pozițiilor. Având în vedere că o cuplă de clasa  $k$  generează  $k$  ecuații iar un element cinematic liber are 6 parametrii de poziție:

$$L = 6n - \sum_1^5 k \cdot c_k$$

Grupele structurale, în funcție de gradul de libertate se clasifică astfel:

- grupe structurale Assur –  $L=0$ ;
- grupe structurale conducătoare –  $L>0$ .

**Clasa grupei** structurale se stabilește astfel:

- daca grupa conține contururi închise deformabile, clasa este egală cu nr. max de laturi ale acestora;
- daca grupa nu conține astfel de contururi, clasa este egală cu rangul maxim al elementelor.

**Ordinul** este reprezentat de numărul cuprelor exterioare.

Mecanismul manivela-piston studiat se descompune în două grupe structurale:

I	II				
<b>1. Gradul de libertate</b>					
$L = 3n - 2c_s = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$ $n = 1$ (elementul – 1) $c_s = 1$ (cupla – O) $f = 3$ (mecanism – plan)	$L = 3n - 2c_s = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$ $n = 2$ (elementele – 2,3) $c_s = 3$ (cuplele – A, B, C) $f = 3$ (mecanism – plan)				
<b>2. Clasa grupei</b>					
$Cl = \text{nr. max de elemente} = 1$	$Cl = \text{nr. max de elemente} = 2(2,3)$				
3. Ordin					
Ordin = 1(O)	Ordin = 2(A, C)				
<b>4. Caracteristici</b>					
Cupla de rotatie	RRT(0/2/2)				
L	Cl	ord	L	Cl	ord
1	1	1	0	2	2

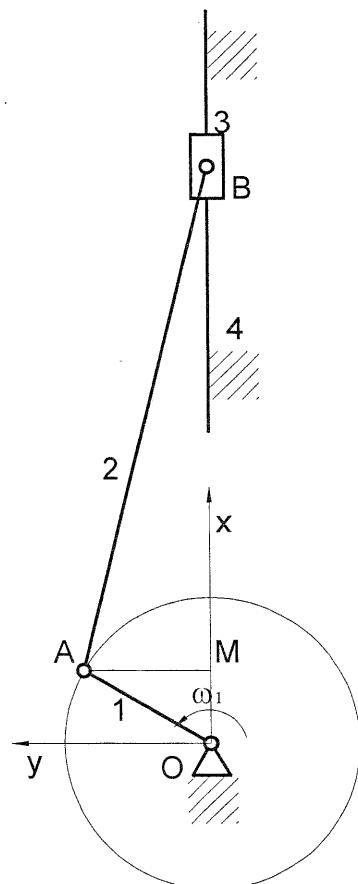
## 1.2. SINTEZA DIMENSIONALĂ A MECANISMULUI

### Determinarea elementelor geometrice necunoscute.

Datele initiale sunt prezentate în tabelul 1.2.1

Tabelul 1.2.1

D	L	$\Theta_{max}$	$\theta_{max}$	n	$\Omega_1$	$\varphi_1^*$
[mm]	[mm]	[°ms]	[°]	[rot/min]	[rad/s]	[°]
82,5	256	12d12m	12,2	4000	418,879	330



Unde:

D – diametrul pistonului  
l – lungimea bielei  
r – lungimea manivelei  
 $\theta$  – unghiul de presiune  
n – turata  
 $\omega_1$  – viteza unghiulară  
 $\varphi_1^*$  – unghiul inițial

Scara de reprezentare:

$$k = \frac{l_{real}[m]}{l_{reprezentativ}[mm]} = \frac{0,256m}{108mm} = 0,02m/mm$$

$$l = AB$$

$$\sin \theta = \frac{AM}{l}$$

$$\sin \theta_{max} = \frac{AM_{max}}{l} = \frac{r}{l}$$

$$r = l \sin \theta_{max}$$

$$OA = r = 256 \sin(12,2) = 54,0991mm$$

Fig1.2.1

Mecanismul aflat în poziția aferentă parametrilor de intrare este prezentat în planșa "Mecanismul manivelă-piston. Sinteza dimensională"

## **1.3 ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMULUI**

### **Noțiuni fundamentale**

Analiza cinematică urmărește determinarea stării cinematicice a mecanismului și implică rezolvarea a trei probleme:

- problema pozițiilor;
- problema vitezelor;
- problema accelerăriilor.

Datele inițiale sunt constituite din parametrii constructivi ai mecanismului și din parametrii care determină poziția și mișcarea din cuplurile conducătoare.

Datele de ieșire sunt parametrii care determină poziția, distribuția de viteze și accelerării pentru fiecare element.

În funcție de modul de rezolvare al modelului matematic, metodele de analiză cinematică pot fi analitice și grafoanalitice. Metoda analitică prezintă avantajul obținerii pe cale numerică a soluțiilor și oferă posibilitatea prelucrării automate a datelor cu ajutorul calculatorului electronic. Metodele grafice și grafoanalitice pot furniza soluții inițiale pe modele intuitive sau pot servi ca verificare pentru soluțiile obținute pe cale numerică.

Abordarea analizei cinematicice se poate face global sau pe grupe structurale, în funcție de complexitatea mecanismului de analizat.

În continuare este prezentată rezolvarea celor trei probleme prin metoda analitică și prin metoda grafoanalitică.

### 1.3.1 Metoda analitică

#### Formularea problemei

Se cunosc:

- schema cinematica	
- dimensiuni	- elemente - couple
- $\varphi_1$	[0.. $2\pi$ ]
- $\omega_1$	ct.

Se cer:

- $\varphi_2 [^0]$ , $\theta [^0]$ , $x_B [\text{mm}]$	PC 0
- $\omega_2 [\text{s}^{-1}]$ , $v_B [\text{m/s}]$	PC I
- $\varepsilon_2 [\text{s}^{-2}]$ , $a_B [\text{m/s}^2]$	PC II

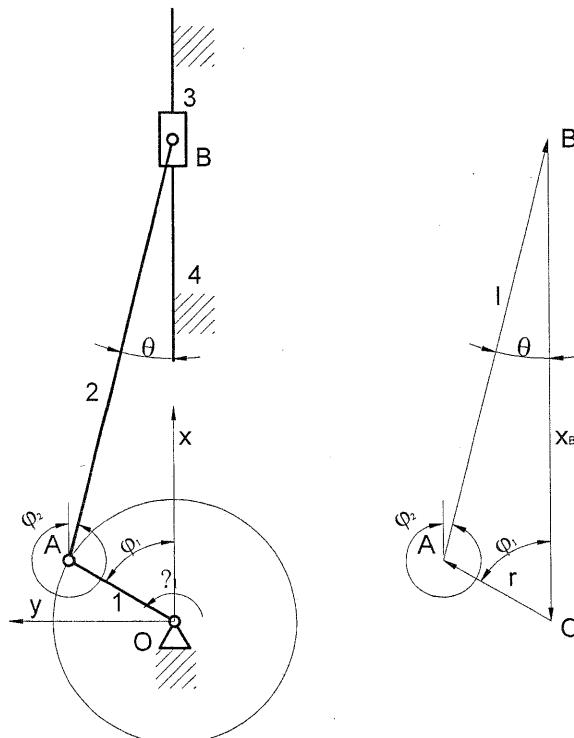


Fig.1.3.1

Asemănător:

$$\theta = \begin{cases} 2\pi - \varphi_2 & \text{pentru } \varphi_1 \in [0, \pi) \\ \varphi_2 & \text{pentru } \varphi_1 \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$$

Prin înlocuirea lui  $\varphi_2$  în prima ecuație se obține  $x_B$ :

$$x_B = r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2$$

Se atașează fiecărui element cinematic un vector și se scrie ecuația de închidere a conturului vectorial astfel obținut (Fig. 1.3.1):

$$\bar{r} + \bar{l} = \bar{x}_B \quad (1)$$

pe axa Ox:

$$r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2 = x_B \quad (2)$$

pe axa Oy:

$$r \sin \varphi_1 + l \sin \varphi_2 = 0$$

din a doua ecuație rezulta  $\varphi_2$

$$\varphi_2 = \arcsin \left( -\frac{r \sin \varphi_1}{l} \right) [\text{rad}]$$

Prin derivare (2) se obține sistemul:

$$\begin{cases} -r\omega_1 \sin \varphi_1 - l\omega_2 \sin \varphi_2 = v_B \\ r\omega_1 \cos \varphi_1 + l\omega_2 \cos \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

din care rezulta  $\omega_2$ :

$$\omega_2 = \frac{-r\omega_1 \cos \varphi_1}{l \cos \varphi_2}$$

prin înlocuire în prima ecuație:

$$v_B = -r\omega_1 \sin \varphi_1 - l\omega_2 \sin \varphi_2$$

Derivând din nou obținem

$$\begin{cases} -r\omega_1^2 \cos \varphi_1 - l\omega_2^2 \cos \varphi_2 - l\varepsilon_2 \sin \varphi_2 = a_B \\ -r\omega_1^2 \sin \varphi_1 - l\omega_2^2 \sin \varphi_2 + l\varepsilon_2 \cos \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

de asemenea:

$$\varepsilon_2 = \frac{r\omega_1^2 \sin \varphi_1 + l\omega_2^2 \sin \varphi_2}{l \cos \varphi_2}$$

$$a_B = -r\omega_1^2 \cos \varphi_1 - l\omega_2^2 \cos \varphi_2 - l\varepsilon_2 \sin \varphi_2$$

Analitic se pot determina viteza și accelerația punctului s aflat la o treime din lungimea bilelei față de cupla A necesare pentru calcule ulterioare.

$$\begin{array}{ll} v_{sx} = -r\omega_1 \sin \varphi_1 - \frac{l}{3}\omega_2 \sin \varphi_2 & a_{sx} = -r\omega_1^2 \cos \varphi_1 - \frac{l}{3}\omega_2^2 \cos \varphi_2 - \frac{l}{3}\varepsilon_2 \sin \varphi_2 \\ v_{sy} = r\omega_1 \cos \varphi_1 + \frac{l}{3}\omega_2 \cos \varphi_2 & a_{sy} = -r\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \frac{l}{3}\omega_2^2 \sin \varphi_2 + \frac{l}{3}\varepsilon_2 \cos \varphi_2 \\ v_s = \sqrt{v_{sx}^2 + v_{sy}^2} & a_s = \sqrt{a_{sx}^2 + a_{sy}^2} \end{array}$$

Rezultatele efectuării calculelor numerice pe sunt prezentate în tabelul 1.3.2, și reprezentate grafic în diagramele 1.3.1 pana la 1.3.8 din anexă. În tabelul 1.3.1 sunt sintetizate datele inițiale și datele de ieșire.

Tabelul 1.3.1

$\varphi_1^*$	$\theta$	$\varphi_2$	$x_B$	$\omega_2$	$v_B$	$\varepsilon_2$	$a_B$
[0]			mm	$s^{-1}$	$ms^{-1}$	$s^{-2}$	$ms^{-2}$
330	6,07	6,07	301,42	77,09	13,41	18012,35	9246,2
$a_s$	$a_{sx}$	$a_{sy}$		$v_s$	$v_{sx}$	$v_{sy}$	
$ms^{-2}$	$ms^{-2}$	$ms^{-2}$		$ms^{-1}$	$ms^{-1}$	$ms^{-1}$	
9128,31	-8562,4	3164,07		17,77	12,02	13,08	

### 1.3.2 Metoda grafo-analitică

#### Problema pozitiilor

Scara de reprezentare.

$$k_l = \frac{l_{real} [m]}{l_{repr} [mm]} = \frac{0,256}{128} = 0,002 m / mm$$

Mecanismul reprezentat la scară în pozitia φ1\* este prezentat în planşa „Mecanismul manivelă-piston. Analiza cinetostatică. Metoda grafo-analitică” din schema cinematică se determină prin măsurare directă unghiurile θ=6.070 , φ2 = 6.070 și xBmasurat

$$x_B = x_{B\text{masurat}} k_l = 200,9434 \cdot 0,0015 = 301,42 mm$$

Rezolvarea este prezentată în planşa 1.3.2 "Mecanismul manivela piston. Analiza cinetostatică. Metoda grafoanalitică"

#### Problema vitezei

$$v_A = r\omega_1 = 54,0991 \cdot 10^{-3} [m] \cdot 418,879 [rad/s] = 22,661 m/s$$

$\perp OA$   
 $sens \omega_1$

a) scară de reprezentare a vitezelor:

$$k_v = \frac{\bar{v}_A [ms^{-1}]}{P_v a} = \frac{22,661}{45,332} = 0,5 \frac{m/s}{mm}$$

b) Viteza punctului B, a elementului 2 și a centrului de masă s.

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$$

$\bar{v}_B$   marime – necunoscuta directie – $\parallel Ox$ ; sens – necunoscut	$\bar{v}_{BA}$   marime – necunoscuta directie – $\perp AB$ sens – necunoscut
--	---

Rezolvarea este prezentată în planşa "Mecanismul manivela-piston. Analiza cinetostatică. Metoda grafoanalitică"

Centrul de masă al elementului 2 se găsește în punctul s aflat pe axa elementului 2 la distanța l/3 de punctul A ( $As = AB/3$ ).

Segmentul corespunzător mărimii vectorului  $v_B$  are lungimea măsurată de 29,6 mm. Prin înmulțirea cu scară de reprezentare a vitezelor:

$$|v_B| = |Pvb| \cdot k_v = 26,83 \cdot 0,5 \text{ m/mms}^{-1} = 13,41 \text{ m/s}$$

$$|v_{BA}| = |ab| \cdot k_v = 39,47 \cdot 0,5 \text{ m/mms}^{-1} = 19,73 \text{ m/s}$$

$$|v_s| = |Pvs| \cdot kv = 35,54 \cdot 0,5 \text{ m/mms}^{-1} = 17,77 \text{ m/s}$$

$$|\omega_2| = \frac{|v_{BA}|}{l} = \frac{19,74 \text{ m/s}}{0,256 \text{ m}} = 77,09 \text{ rad/s}$$

Sensul vitezei unghiulare a elementului 2 s-a obținut prin translarea vitezei  $v_{BA}$  din poligonul vitezelor în punctul B.

### Problema acceleratiilor

#### a) Acceleratația punctului A:

$$\bar{a}_A \left| \begin{array}{l} \text{marime : } \omega_1^2 \cdot r = 9492,21 \text{ m/s}^2 \\ \text{direcție - } \parallel OA \\ \text{sens : } A \rightarrow O \end{array} \right.$$

#### b) scară de reprezentare a accelerărilor:

$$k_a = \frac{\bar{a}_A [\text{m s}^{-2}]}{P_a a} = \frac{9492,21}{94,922} = 100 \frac{\text{m}}{\text{mm s}^{-2}}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_B^t + \bar{a}_B^n$$

$$\begin{array}{l|l} \bar{a}_B & \left. \begin{array}{l} \text{marime - necunoscuta} \\ \text{directie - } \parallel 4 \\ \text{sens - necunoscut} \end{array} \right. ; \\ \hline & \left. \begin{array}{l} \bar{a}_{BA}^n \\ \text{marime : } |\bar{\omega}_2|^2 \cdot l = |-77,09|^2 \cdot 0,256 = 1521,44 m/s^2 \\ \text{directie : } \parallel AB \\ \text{sens : } B \rightarrow A \end{array} \right. \end{array}$$

$$|\bar{a}_{B\text{repr}}| = |\bar{a}_{B\text{real}}| / k_a = 1521,44 ms^{-2} / 100 \frac{m}{mm} s^{-2} = 15,21 mm$$

$$\begin{array}{l|l} \bar{a}_{BA}^t & \left. \begin{array}{l} \text{marime : necunoscuta} \\ \text{directie - } \perp AB \\ \text{sens : necunoscut} \end{array} \right. ; \\ \hline & \end{array}$$

Valorile obținute prin măsurare se mutiplică cu scară de reprezentare a accelerărilor și se obțin următoarele valori:

$$|\bar{a}_{BA}| = a' b' \cdot k_a = 48,55 mm \cdot 100 \frac{m/s^2}{mm} = 4855 m/s^2$$

$$|\bar{a}_{BA}^t| = a' b' \cdot k_a = 46,11 mm \cdot 100 \frac{m/s^2}{mm} = 4611 m/s^2$$

$$|\bar{a}_B| = P_a b \cdot k_a = 92,46 mm \cdot 100 \frac{m/s^2}{mm} = 9246 m/s^2$$

$$|\bar{a}_s| = P_a s \cdot k_a = 91,28 mm \cdot 100 \frac{m/s^2}{mm} = 9128 m/s^2$$

$$|\varepsilon_2| = \frac{|\bar{a}_{BA}^t|}{l} = \frac{4611 ms^{-2}}{0,256 m} = 18012 s^{-2}$$

Semnul accelerării unghiulare a elementului 2 s-a obținut prin translarea accelerării tangențiale a elementului 2 în punctul B.

Tabelul 1.3.2

$\varphi_1^*$	$\theta$	$\varphi_2$	$x_B$	$\omega_2$	$v_B$	$\varepsilon_2$	$a_B$	$v_s$	$a_s$
	[°]		mm	$s^{-1}$	$ms^{-1}$	$s^{-2}$	$ms^{-2}$	$ms^{-1}$	$ms^{-2}$
330	6,07	6,07	301,4	-77,09	13,41	18012	9246	17,77	9128

## 1.4 ANALIZA CINETOSTATICĂ

### Noțiuni fundamentale

**Analiza cinetostatică** reprezintă operația prin care se determină forțele de legatură din cuplurile cinematice utilizând metoda cinetostatică. Aceasta se bazează pe principiul lui d'Alambert:

*În orice moment al mișcării forțelor aplicate, forțele de legatură și forțele de inerție se află în echilibru.*

Forțele aplicate și forțele de inerție se consideră cunoscute iar cele de legatură sunt necunoscutele problemei.

**Forțele de inerție** se calculează pe baza distribuției de accelerații și în funcție de caracteristicile masice ale elementelor (mase, pozițiile centrelor de masă, momente de inerție).

**Forțele de legatură** sunt: reacțiuni normale; forțe de frecare.

Forțele de frecare sunt forțe mici în raport cu reacțiunile normale și prin urmare analiza cinetostatică se poate efectua în prezența forțelor de frecare și în absența lor.

### Categorii de forțe care lucrează în mecanism

**Forțele aplicate** – acționează asupra fiecărui element ca forțe exterioare și pot fi motoare sau rezistente.

**Forțele motoare** dezvoltă lucru mecanic elementar pozitiv iar unghiul dintre forță și viteză punctului de aplicare este ascuțit (Fig. 1.4.1 a).

**Forțele rezistente** dezvoltă lucru mecanic negativ iar unghiul dintre forță și viteză este obtuz (Fig. 1.4.1 b).

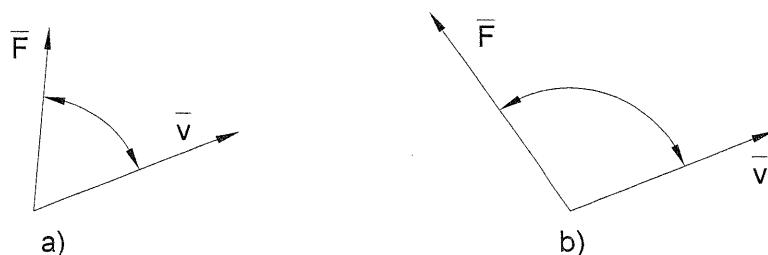


Fig. 1.4.1

**Cuplurile de forțe** pot fi de asemenea obtuze sau rezistente după cum momentul lor este de același sens sau de sens opus în raport cu viteza unghiulară a elementului asupra caruia actionează.

### Forțele de inerție

#### Reducerea forțelor de inerție

Se consideră că un element cinematic în mișcare generală plan-paralelă și un sistem de axe de coordonate solidar cu elementul având ca origine centrul de greutate și axa z perpendiculară pe planul mișcării (Fig. 1.4.2).

Torsorul resultant al forțelor de inerție redus în punctul G este

$$\bar{T} \begin{cases} \bar{F}_i = -m \cdot \bar{a}_G \\ \bar{M}_i = (\varepsilon J_{xz} - \omega^2 J_{yz})\bar{i} + (\varepsilon J_{yz} - \omega^2 J_{xz})\bar{j} + (-\varepsilon J_z)\bar{k} \end{cases}, \text{ unde}$$

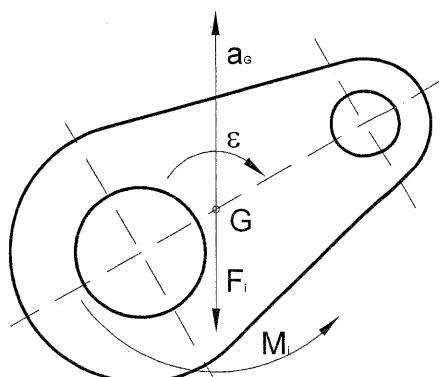


Fig. 1.4.2

$F_i$  – forță de inerție rezultantă;

$M_i$  – momentul de inerție rezultant;

$m$  – masă elementului;

$J_z$  – momentul de inerție al elementului în raport cu axa  $Gz$ ;

$J_{xy}, J_{yz}$  – momente de inerție centrifugale;

$a_G$  – accelerația centrului de masă;

$\omega, \varepsilon$  – viteza și accelerația unghiulară a elementului.

Axa  $Gz$  este axa principala de inerție asadar  $J_{xy}, J_{yz}=0$  și

$$T = \begin{cases} \bar{F}_i = -m \bar{a}_G \\ \bar{M}_i = -\varepsilon J_z \end{cases}$$

Pentru un mecanism cu mai multe elemente cinematice avem:

$$\bar{T}_i = \begin{cases} \bar{F}_{ik} = -m_k \cdot \bar{a}_G \\ \bar{M}_{ik} = -\varepsilon_k J_k \end{cases}$$

$F_i$  – are aceeași direcție cu accelerația centrului de masă și sens opus;

$M_i$  – este orientat perpendicular pe planul mișcării și are sens opus accelerării unghiulare  $\varepsilon$ ;

$F_i = 0$  dacă  $a_G = 0$ , cazul mișcării de translație uniforme sau cazul mișcării de rotație în jurul unei axe fixe ce trece prin centrul de masă.

$M_i = 0$  dacă  $\varepsilon = 0$ , cazul mișcării de translație sau mișcării de rotație uniforme.

## 1.4.1 Categorii de forțe ce lucrează în mecanism

### a) Forță de presiune

$F_p$  – forță de acționare, motoare, acționează în cupla conducatoare

Mărimea ei se calculează cu ajutorul diagramei deplasare-presiune și diametrului pistonului din datele inițiale.

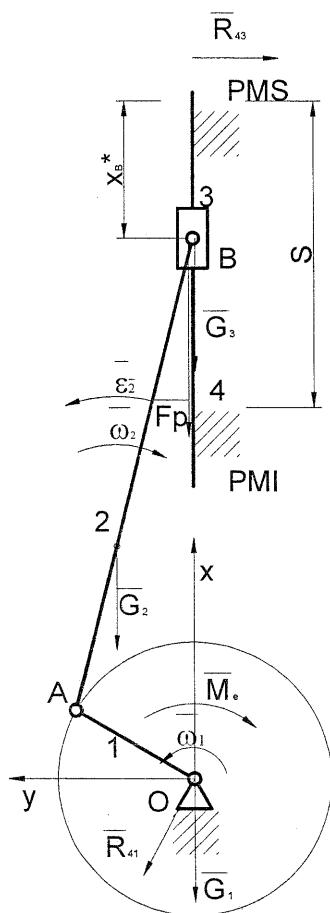


Diagrama la scară este prezentată în planșa "Mecanismul manivelă-piston. Analiza cinetostatică. Diagrama deplasare-presiune."

$$F_p = P \frac{\pi d^4}{4} = 4,8 \cdot \frac{\pi \cdot 8,25^2}{4} = 256,59 \text{ daN}$$

$$x_B^* = x_{B\max} - x_B \text{ [mm];}$$

$$x_{B\max} \text{ și } x_B \text{ se citesc din tabelul 1.3.2}$$

pentru valorile  $\varphi_1 = 0$  respectiv  $\varphi_1 = 330^\circ$

$$x_B^* = 261,646 - 254,322 = 7,324 \text{ mm}$$

$$x_{B\min} = l - r;$$

$$x_{B\max} = l + r.$$

$$s = 2r = 91,292 \text{ mm}$$

din diagrama:  $P = 4,8 \text{ daN}$ ;

din datele initiale:  $D = 82,5 \text{ mm}$

$$F_p \left\{ \begin{array}{l} \text{marime : } P \frac{\pi d^4}{4} [\text{daN}] \\ \text{directie : } \parallel \text{cilindrul} \\ \text{sens : } B \rightarrow O \end{array} \right.$$

Fig. 1.4.3

Forța de presiune este complet determinată

Punctul de aplicatie al acestei forțe este considerat bolțul pistonului respectiv punctul B.

### b) Forțele de greutate

Acstea forțe acționează asupra mecanismelor ce funcționează în câmp gravitațional. Forța de greutate poate fi **motoare** dacă centrul de masă coboară sau **rezistentă** dacă urcă.

$$G_2 = l[m] \cdot 9\left[\frac{daN}{m}\right] = 0,256 \cdot 9 = 2,304 daN;$$

$$m_2 = \frac{23,04[N]}{9,81[m/s^2]} = 2,35 kg;$$

$$G_3 = 0,3 \cdot G_2 = 0,3 \cdot 2,304 = 0,69 daN;$$

$$m_3 = 0,70 kg;$$

$$G_1 = 2G_2 = 2 \cdot 2,304 = 4,61 daN;$$

$$m_1 = 4,70 kg.$$

Punctele de aplicație ale acestor forțe sunt centrele de masă ale celor trei elemente mobile.

Din ipoteză, manivela este echilibrată, prin urmare centrul ei de masă este identic cu punctul O.

Centrul de masă  $G_2$  al elementului 2 este identic cu punctul s aflat la distanța  $l/3$  față de punctul A.

Centrul de masă  $G_3$  al elementului 3 este identic cu punctul B.

Rezultatele calculelor sunt prezentate în tabelul 1.4.1

Tabelul 1.4.1

$G_1$	$m_1$	$G_2$	$m_2$	$G_3$	$m_3$
daN	kg	daN	kg	daN	kg
4,6	4,7	2,3	2,35	0,69	0,70

### c) Forțele de inerție

$$\bar{T}_i = \begin{cases} \bar{F}_{ik} = -m_k \cdot \bar{a}_{Gk} \\ \bar{M}_{ik} = -\varepsilon_k \cdot J_k \end{cases} \text{ unde } k = \overline{1,3} \text{ iar } J_k = 0,17 m_k l_k^2$$

Elementul 1

$$\bar{T}_1 = \begin{cases} \bar{F}_{i1} = -m_1 \cdot \bar{a}_{G1} = 0 \\ \bar{M}_{i1} = -\varepsilon_1 \cdot J_1 = 0 \end{cases}$$

Accelerația unghiulară a elementului 1 este nula deoarece viteza unghiulară este constantă.

Accelerația centrului de masă a elementului 1 este nulă deoarece cupla din punctul O nu permite translația acestui element.

### Elementul 2

$$\bar{T}_2 = \begin{cases} \bar{F}_{i2} = -m_2 \cdot \bar{a}_{G2} = -2,35 \cdot 9128,31 = -2143,89 \text{ daN} \\ \bar{M}_{i2} = -\bar{\varepsilon}_2 \cdot J_2 = -(-18012,35 \cdot 0,026) = 47,16 \text{ daNm} \end{cases}$$

### Elementul 3

$$\bar{T}_3 = \begin{cases} \bar{F}_{i3} = -m_3 \cdot \bar{a}_{G3} = -0,7 \cdot 9246,2 = -651,47 \text{ daN} \\ \bar{M}_{i2} = -\bar{\varepsilon}_3 \cdot J_3 = 0 \end{cases}$$

Momentul de inerție al elementului 3 este nul deoarece cupla de translație dintre acesta și elementul 4 nu permite rotirea.

Rezultatele calculelor sunt prezentate în tabelul 1.4.2.

Tabelul 1.4.2

Elementul 1		Elementul 2		Elementul 3	
$F_{i1}$	$M_{i1}$	$F_{i2}$	$M_{i2}$	$F_{i3}$	$M_{i3}$
daN	daNm	daN	daNm	daN	daNm
0	0	2143,89	47,13	651,47	0

## Determinarea forțelor de reacție din mecanism în ipoteza neglijării freclarilor

Pentru determinarea reacțiunilor se folosește principiul de echilibru instantaneu al tuturor forțelor din mecanism. D'Alambert: „*In orice moment de timp fortele aplicate, cele de inertie și de legatura se află în echilibru*”

$$\sum F = 0$$

$$\sum M = 0$$

### Formularea problemei

Se cunosc	Se cer
<ul style="list-style-type: none"><li>- schema cinematică a mecanismului;</li><li>- dimensiunile tuturor cuprelor și elementelor cinematicice;</li><li>- poziția mecanismului (<math>\varphi_1</math>);</li><li>- vitezele și accelerările tuturor punctelor din mecanism;</li><li>- PC0, PCI, PCII,</li><li>- forțele aplicate mecanismului și forțele de inertie;</li><li>- freclarile din mecanism se neglijăza.</li></ul>	$- h_{43}, \bar{R}_{41}, \bar{R}_{32}, \bar{R}_{12}, \bar{M}_e, \bar{R}_{43}$ (Me – moment de echilibrare)

Modelul matematic al analizei cinetostatică se constituie din ecuațiile de echilibru ale elementelor. În cazul mecanismelor plane ecuațiile de forțe sunt vectoriale iar ecuațiile de momente pot fi exprimate scalar.

## 1.4.2 Metoda analitică

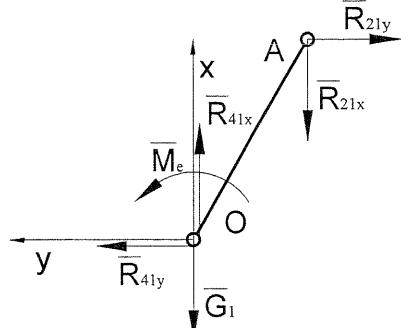


Fig. 1.4.2.1

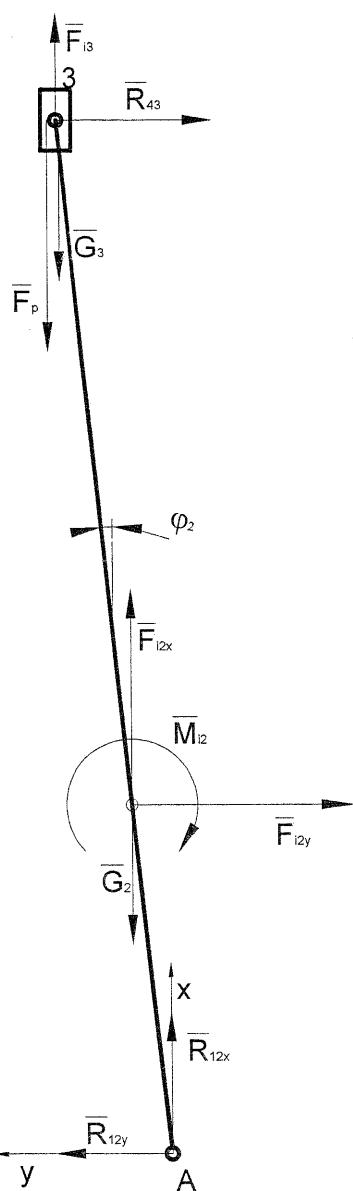


Fig. 1.4.2.2

Pentru fiecare grupă pot fi scrise ecuații de echilibru specifice. Prin proiectarea acestor ecuații pe axele sistemului de referință toate ecuațiile devin scalare și au un caracter liniar:

$$\sum F_x(1) = 0 \quad R_{41y} - R_{21y} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y(1) = 0 \quad R_{41x} - R_{21x} - G_1 = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_B(2) = 0$$

$$M_e - R_{21x} \cdot r \cdot \cos \varphi_1 - R_{21y} \cdot r \cdot \sin \varphi_1 = 0 \quad (3)$$

Pentru a doua grupă structurală se pot scrie ecuațiile (4) și (5) pentru forțe și (6) pentru moment în punctul B:

$$\sum F_x(2+3) = 0$$

$$F_{i3} - G_3 - F_p - G_2 + F_{i2x} + R_{12x} = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_y(2+3) = 0$$

$$-R_{43} - F_{i2y} + R_{12y} = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_B(2) = 0$$

$$-G_2 \frac{2l}{3} \sin \varphi_2 + F_{i2x} \frac{2l}{3} \sin \varphi_2 - F_{i2y} \frac{2l}{3} \cos \varphi_2 \quad (6)$$

$$-R_{12x} l \sin \varphi_2 + R_{12y} l \cos \varphi_2 + M_{i2} = 0$$

Reacțiunile  $R_{12x}$  și  $R_{12y}$  sunt egale ca mărime și de sens contrar cu  $R_{21x}$  respectiv  $R_{21y}$

Cele 6 ecuații de echilibru formează un sistem din care se pot determina cele 6 necunoscute, momentul de echilibrare și componentele reacțiunilor.

Din ecuația (4):

$$R_{12x} = -2402,876 \text{ daN}$$

Prin înlocuire în ecuația (6):

$$R_{12y} = 567,52 \text{ daN}$$

Din ecuația (5) rezultă:

$$R_{43} = -175,59 \text{ daN}$$

Prin înlocuirea rezultatelor în primele trei ecuații și efectuarea calculelor :

$$R_{41x} = 2398,26 \text{ daN}$$

$$R_{41y} = -567,52 \text{ daN}$$

$$M_e = 127,92 \text{ daNm}$$

Semnele minus din rezultate denotă alegerea eronată a sensului.

Pentru determinarea reacțiunilor pentru elementul 3, din ecuația vectorială  $\bar{R}_{12} + \bar{F}_{i2} + \bar{G}_2 + \bar{R}_{32} = 0$  și proiectarea ei pe axele sistemul de coordonate se scriu următoarele ecuații scalare:

$$R_{12x} + F_{i2x} - G_2 + R_{32x} = 0 \Rightarrow R_{32x} = 394,19 \text{ daN}$$

$$R_{12y} + F_{i2y} - R_{32y} = 0 \Rightarrow R_{32y} = 175,59 \text{ daN}$$

Componerea componentelor forțelor și reacțiunilor se face prin compunerea componentelor după formula:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Rezultatele sunt prezentate în tabelul 1.4.2

Tabelul 1.4.2

$h_{43}$	$R_{41}$	$R_{32}$	$R_{12}$	$M_e$	$R_{43}$
[mm]	daN	daN	daN	daN	daN
0	2464,5	431,53	2468,98	127,92	175,594

2464,49 431,529

NW

### 1.4.3 Metoda grafo-analitică

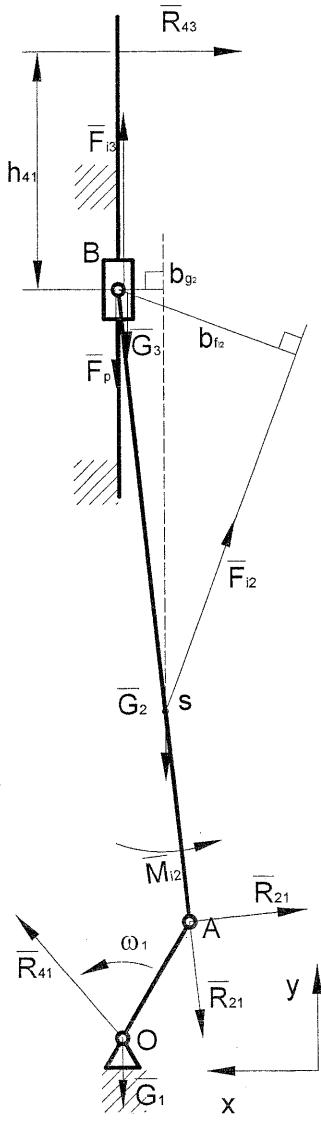


Fig. 1.4.1

Se are în vedere faptul ca  $R_{43}$  – acționează între piston și cilindru pe o direcție perpendiculară pe piston. Brațul acestei forțe este de lungime nulă deoarece acționează asupra bolțului.

Reacțiunea  $R_{21}$  se decompune în două componente, una tangențială cu direcție perpendiculară pe elementul 2 și o componentă normală, paralela pe același element. Pentru determinare componentei tangențiale a reacțiunii  $R_{21}$  se scrie ecuația de momente în punctul B.

$$\sum M_{B(2)} = 0 \Rightarrow -\bar{R}_{12}^t \cdot l + M_{i2} + F_{i2} \cdot b_{F_{i2}} - G_2 \cdot b_{G_2} = 0$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_{12}^t &= \frac{M_{i2} + F_{i2} \cdot b_{F_{i2}} - G_2 \cdot b_{G_2}}{l} = \\ &= \frac{47,132 + 2143,89 \cdot 0,075741 - 2,304 \cdot 0.018033}{0,256} = \end{aligned}$$

$$\bar{R}_{12}^t = 818,25 \text{ daN}$$

$$\sum F_{2+3} = 0$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{12}^t + \bar{R}_{12}^n + \bar{F}_{i2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{i3} + \bar{G}_3 + \bar{F}_p + \bar{R}_{43} = 0$$

$$k_f = \frac{F_{i2} [\text{daN}]}{f_{i2} [\text{mm}]} = \frac{2143,9}{107,1945} = 20 \frac{\text{daN}}{\text{mm}}$$

$$r_{i2}^t = \frac{\bar{R}_{12}^t}{k_f} = \frac{818,25}{20} = 40,91 \text{ mm}$$

Desenele la scara sunt prezentate în planșa *Mecanismul manivela-piston. Analiza cinetostatică. Metoda grafo-analitică*

$$R_{12} = r_{12} k_f = 123,44 \cdot 20 = 2468,89 \text{ daN} \quad R_{43} = r_{43} k_f = 8,77 \cdot 20 = 175,59 \text{ daN}$$

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_{i2} + \bar{G}_2 + \bar{R}_{32} = 0 \quad R_{32} = r_{32} k_f = 431,5 \text{ daN}$$

$$\bar{R}_{21} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{41} = 0 \quad R_{41} = r_{41} k_f = 2464,5 \text{ daN}$$

Tabelul 1.4.3

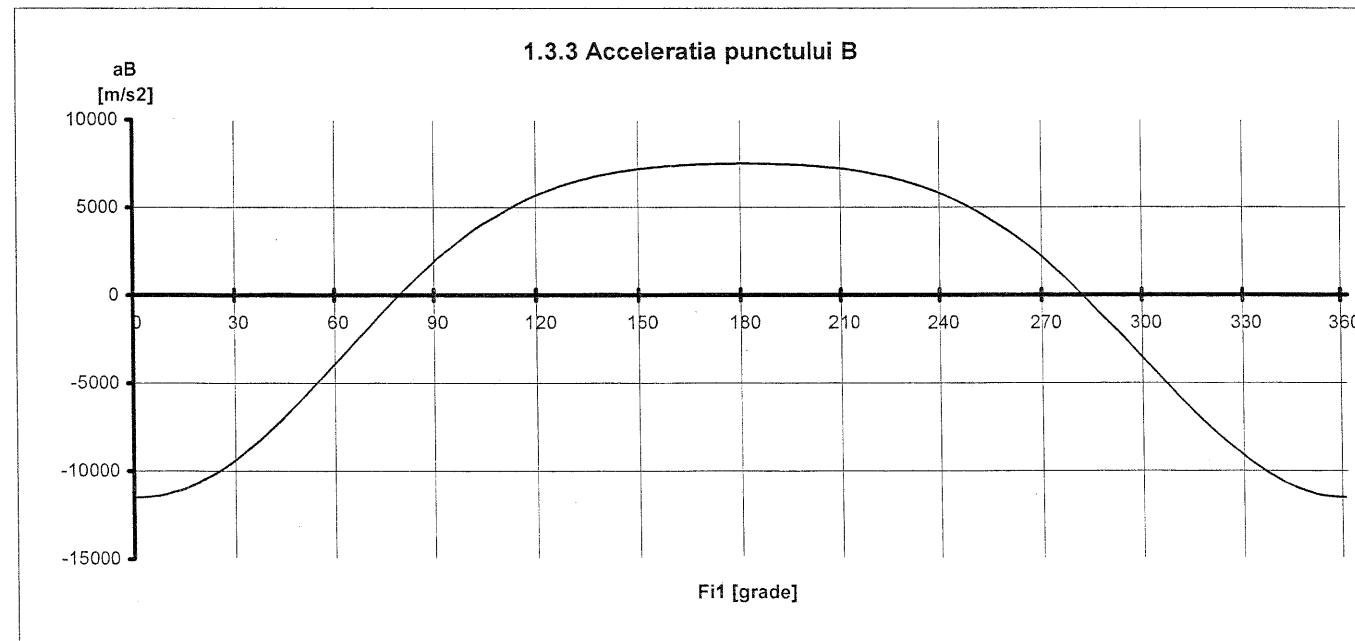
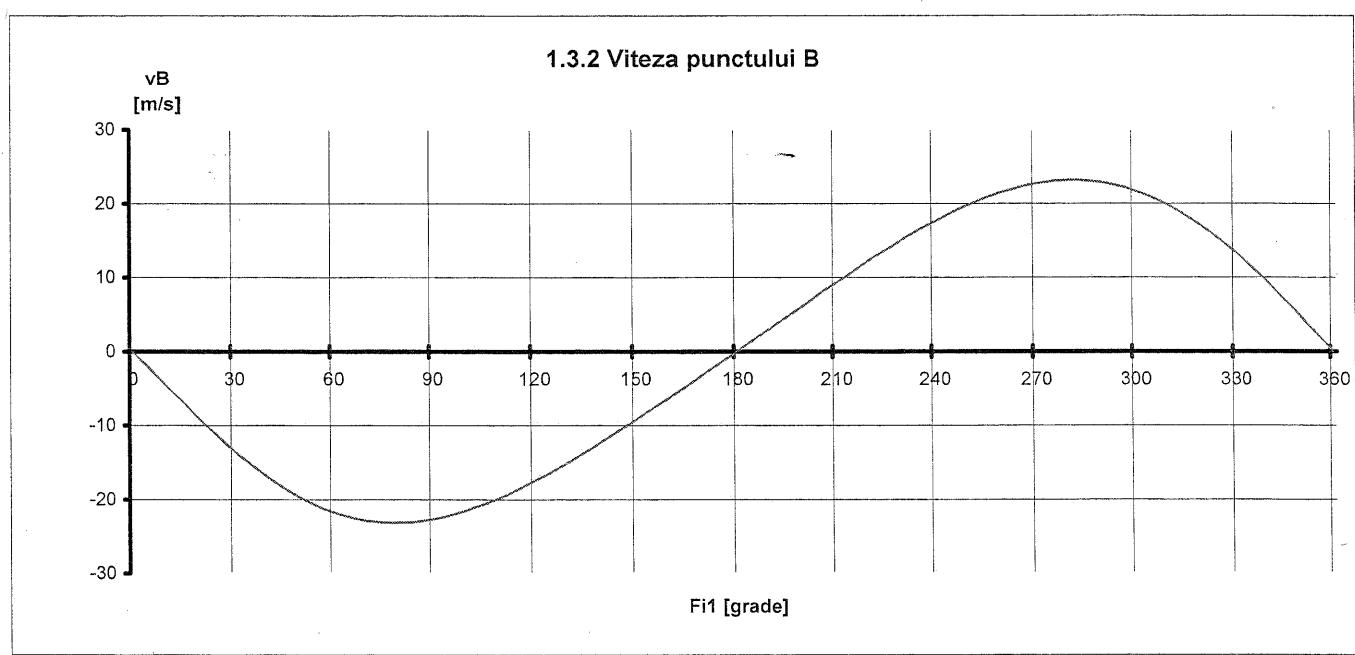
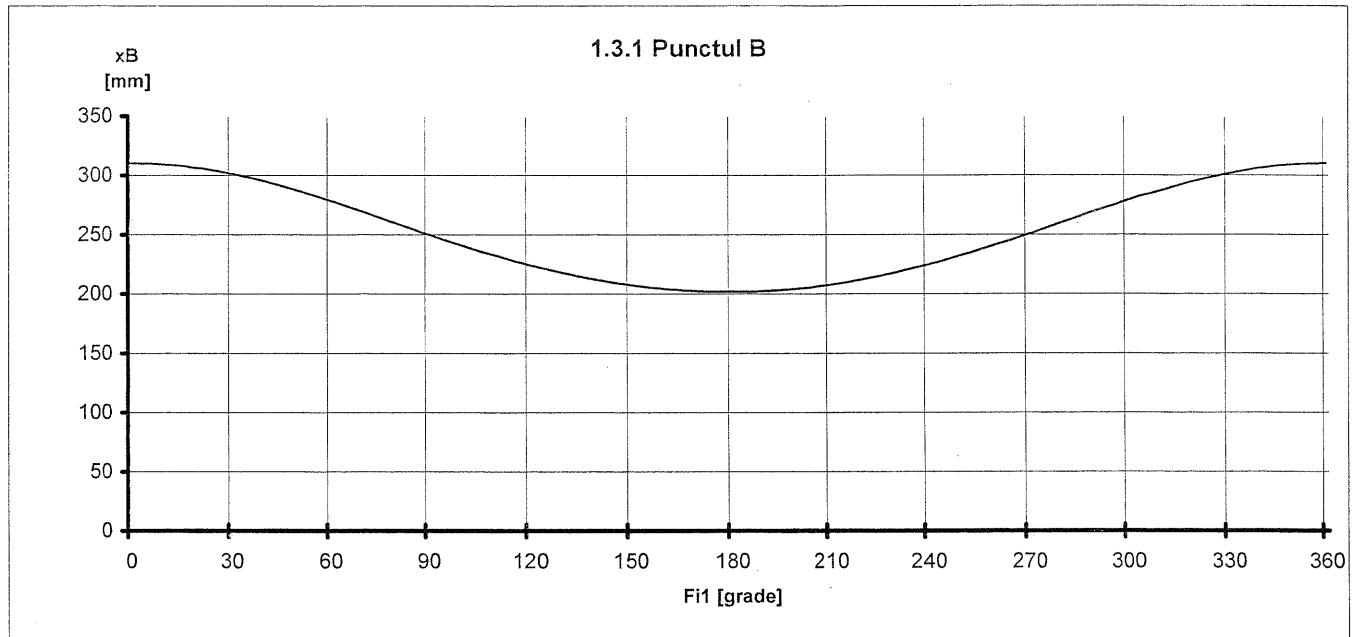
$R_{41}$	$R_{32}$	$R_{12}$	$M_e$	$R_{43}$
daN	daN	daN	daN	daN
2464,5	431,53	2468,98	127,92	175,594

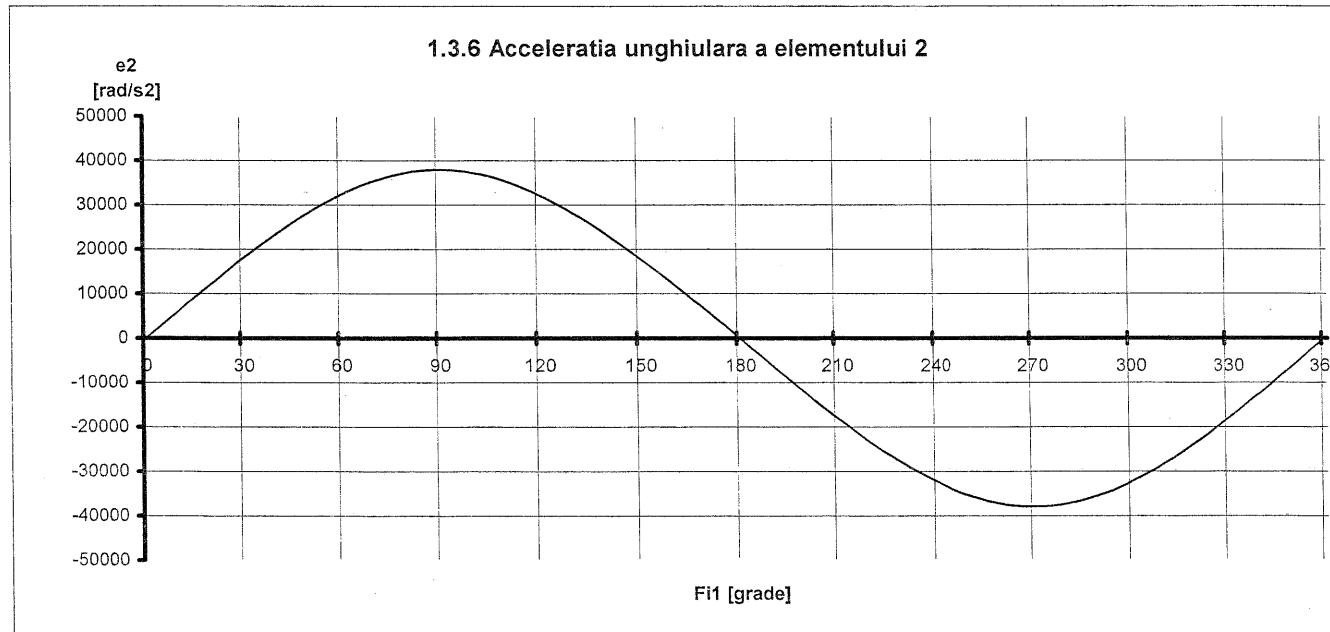
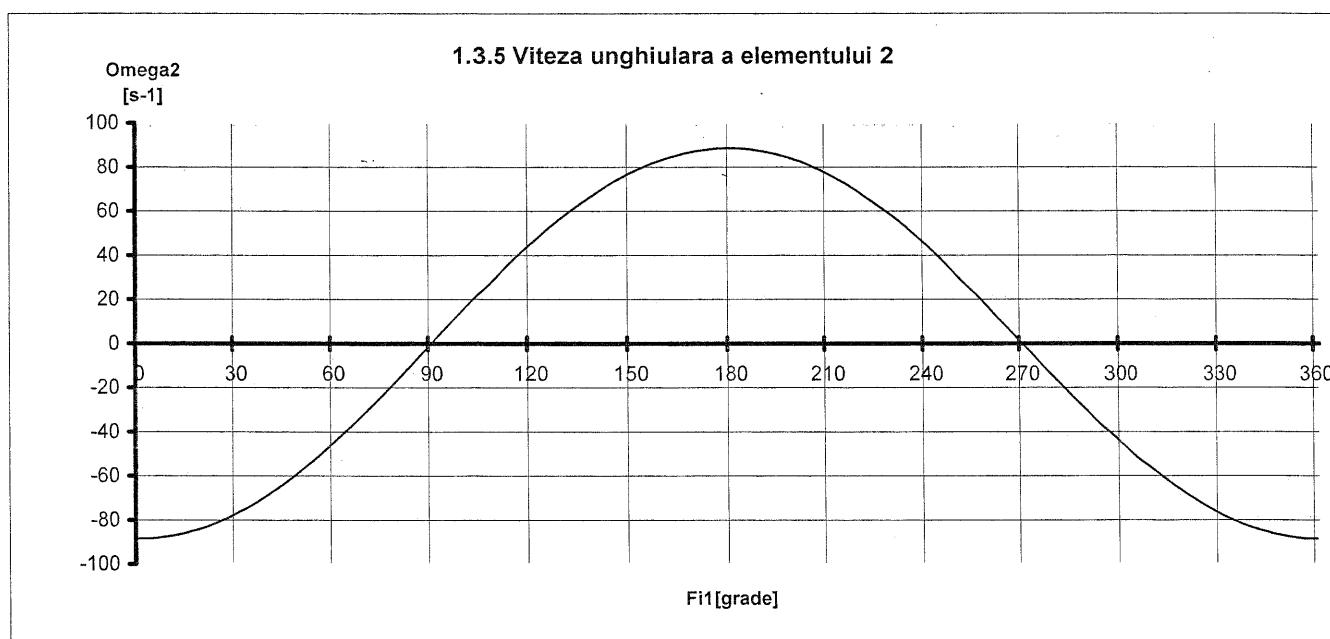
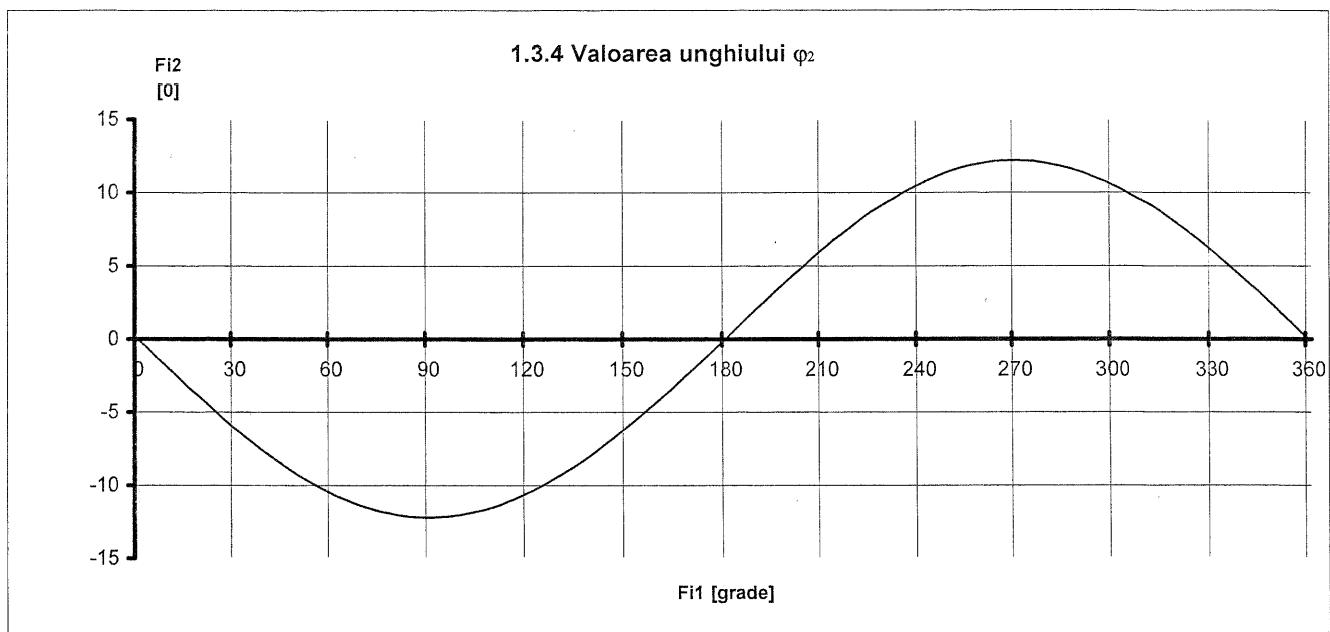
Tabelul 1.3.1

t	$\varphi_1$	$\varphi_1$ [rad]	$\varphi_2$	$\varphi_2$ [rad]	$\theta$	$\theta$	$x_B$	$\omega_2$	$v_B$	$\varepsilon_2$	$a_B$
ms	[0]	[rad]	[0]	[rad]	[rad]	[0]	[mm]	[rad/s]	[m/s]	[rad/s <sup>2</sup> ]	[m/s <sup>2</sup> ]
0.00	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	310.099	-88.520	0.000	0.000	-11498.157
0.08	2	0.035	-0.423	-0.007	-0.007	-0.423	310.059	-88.468	-0.958	1236.349	-11487.652
0.17	4	0.070	-0.845	-0.015	-0.015	-0.845	309.940	-88.313	-1.914	2471.796	-11456.163
0.25	6	0.105	-1.266	-0.022	-0.022	-1.266	309.740	-88.056	-2.867	3705.433	-11403.771
0.33	8	0.140	-1.685	-0.029	-0.029	-1.685	309.462	-87.696	-3.814	4936.345	-11330.611
0.42	10	0.175	-2.103	-0.037	-0.037	-2.103	309.105	-87.233	-4.755	6163.601	-11236.872
0.50	12	0.209	-2.518	-0.044	-0.044	-2.518	308.670	-86.669	-5.686	7386.253	-11122.794
0.58	14	0.244	-2.930	-0.051	-0.051	-2.930	308.157	-86.003	-6.608	8603.329	-10988.672
0.67	16	0.279	-3.339	-0.058	-0.058	-3.339	307.569	-85.235	-7.517	9813.832	-10834.853
0.75	18	0.314	-3.744	-0.065	-0.065	-3.744	306.905	-84.367	-8.413	11016.733	-10661.733
0.83	20	0.349	-4.145	-0.072	-0.072	-4.145	306.167	-83.399	-9.294	12210.971	-10469.761
0.92	22	0.384	-4.540	-0.079	-0.079	-4.540	305.356	-82.332	-10.157	13395.448	-10259.435
1.00	24	0.419	-4.931	-0.086	-0.086	-4.931	304.475	-81.167	-11.003	14569.025	-10031.300
1.08	26	0.454	-5.315	-0.093	-0.093	-5.315	303.523	-79.904	-11.829	15730.524	-9785.950
1.17	28	0.489	-5.694	-0.099	-0.099	-5.694	302.504	-78.546	-12.634	16878.722	-9524.022
1.25	30	0.524	-6.065	-0.106	-0.106	-6.065	301.418	-77.092	-13.416	18012.352	-9246.199
1.33	32	0.559	-6.430	-0.112	-0.112	-6.430	300.268	-75.544	-14.174	19130.105	-8953.206
1.42	34	0.593	-6.787	-0.118	-0.118	-6.787	299.056	-73.904	-14.908	20230.624	-8645.808
1.50	36	0.628	-7.135	-0.125	-0.125	-7.135	297.785	-72.173	-15.615	21312.510	-8324.807
1.58	38	0.663	-7.476	-0.130	-0.130	-7.476	296.455	-70.352	-16.295	22374.324	-7991.042
1.67	40	0.698	-7.807	-0.136	-0.136	-7.807	295.070	-68.444	-16.946	23414.584	-7645.382
1.75	42	0.733	-8.129	-0.142	-0.142	-8.129	293.631	-66.451	-17.569	24431.772	-7288.730
1.83	44	0.768	-8.441	-0.147	-0.147	-8.441	292.142	-64.373	-18.161	25424.339	-6922.013
1.92	46	0.803	-8.744	-0.153	-0.153	-8.744	290.605	-62.214	-18.722	26390.704	-6546.185
2.00	48	0.838	-9.035	-0.158	-0.158	-9.035	289.023	-59.975	-19.252	27329.265	-6162.216
2.08	50	0.873	-9.316	-0.163	-0.163	-9.316	287.398	-57.660	-19.749	28238.403	-5771.098
2.17	52	0.908	-9.586	-0.167	-0.167	-9.586	285.732	-55.270	-20.213	29116.485	-5373.832
2.25	54	0.942	-9.844	-0.172	-0.172	-9.844	284.030	-52.808	-20.644	29961.878	-4971.431
2.33	56	0.977	-10.090	-0.176	-0.176	-10.090	282.292	-50.277	-21.042	30772.950	-4564.911
2.42	58	1.012	-10.324	-0.180	-0.180	-10.324	280.524	-47.680	-21.405	31548.085	-4155.291
2.50	60	1.047	-10.545	-0.184	-0.184	-10.545	278.726	-45.020	-21.734	32285.686	-3743.585
2.58	62	1.082	-10.754	-0.188	-0.188	-10.754	276.902	-42.300	-22.029	32984.187	-3330.799
2.67	64	1.117	-10.949	-0.191	-0.191	-10.949	275.055	-39.524	-22.289	33642.064	-2917.930
2.75	66	1.152	-11.131	-0.194	-0.194	-11.131	273.188	-36.694	-22.515	34257.841	-2505.955
2.83	68	1.187	-11.299	-0.197	-0.197	-11.299	271.304	-33.815	-22.707	34830.102	-2095.832
2.92	70	1.222	-11.454	-0.200	-0.200	-11.454	269.405	-30.891	-22.865	35357.502	-1688.494
3.00	72	1.257	-11.594	-0.202	-0.202	-11.594	267.494	-27.924	-22.989	35838.775	-1284.843
3.08	74	1.292	-11.721	-0.205	-0.205	-11.721	265.574	-24.919	-23.079	36272.742	-885.751
3.17	76	1.326	-11.832	-0.207	-0.207	-11.832	263.648	-21.880	-23.136	36658.322	-492.049
3.25	78	1.361	-11.929	-0.208	-0.208	-11.929	261.719	-18.810	-23.161	36994.541	-104.530
3.33	80	1.396	-12.012	-0.210	-0.210	-12.012	259.789	-15.715	-23.154	37280.536	276.058
3.42	82	1.431	-12.079	-0.211	-0.211	-12.079	257.861	-12.598	-23.115	37515.565	649.014
3.50	84	1.466	-12.132	-0.212	-0.212	-12.132	255.937	-9.464	-23.046	37699.014	1013.687
3.58	86	1.501	-12.170	-0.212	-0.212	-12.170	254.021	-6.317	-22.947	37830.398	1369.478
3.67	88	1.536	-12.192	-0.213	-0.213	-12.192	252.114	-3.161	-22.818	37909.369	1715.842
3.75	90	1.571	-12.200	-0.213	-0.213	-12.200	250.218	0.000	-22.661	37935.716	2052.290
3.83	92	1.606	-12.192	-0.213	-0.213	-12.192	248.338	3.161	-22.476	37909.369	2378.389
3.92	94	1.641	-12.170	-0.212	-0.212	-12.170	246.473	6.317	-22.265	37830.398	2693.765
4.00	96	1.676	-12.132	-0.212	-0.212	-12.132	244.627	9.464	-22.028	37699.014	2998.101
4.08	98	1.710	-12.079	-0.211	-0.211	-12.079	242.803	12.598	-21.766	37515.565	3291.137
4.17	100	1.745	-12.012	-0.210	-0.210	-12.012	241.001	15.715	-21.479	37280.536	3572.670
4.25	102	1.780	-11.929	-0.208	-0.208	-11.929	239.223	18.810	-21.170	36994.541	3842.556
4.33	104	1.815	-11.832	-0.207	-0.207	-11.832	237.473	21.880	-20.839	36658.322	4100.701
4.42	106	1.850	-11.721	-0.205	-0.205	-11.721	235.751	24.919	-20.487	36272.742	4347.068
4.50	108	1.885	-11.594	-0.202	-0.202	-11.594	234.059	27.924	-20.115	35838.775	4581.669
4.58	110	1.920	-11.454	-0.200	-0.200	-11.454	232.399	30.891	-19.724	35357.502	4804.565
4.67	112	1.955	-11.299	-0.197	-0.197	-11.299	230.772	33.815	-19.315	34830.102	5015.862
4.75	114	1.990	-11.131	-0.194	-0.194	-11.131	229.180	36.694	-18.888	34257.841	5215.710
4.83	116	2.025	-10.949	-0.191	-0.191	-10.949	227.624	39.524	-18.446	33642.064	5404.298
4.92	118	2.059	-10.754	-0.188	-0.188	-10.754	226.106	42.300	-17.988	32984.187	5581.852
5.00	120	2.094	-10.545	-0.184	-0.184	-10.545	224.627	45.020	-17.516	32285.686	5748.632
5.08	122	2.129	-10.324	-0.180	-0.180	-10.324	223.187	47.680	-17.030	31548.085	5904.926
5.17	124	2.164	-10.090	-0.176	-0.176	-10.090	221.789	50.277	-16.532	30772.950	6051.049
5.25	126	2.199	-9.844	-0.172	-0.172	-9.844	220.432	52.808	-16.022	29961.878	6187.339
5.33	128	2.234	-9.586	-0.167	-0.167	-9.586	219.119	55.270	-15.501	29116.485	6314.152
5.42	130	2.269	-9.316	-0.163	-0.163	-9.316	217.849	57.660	-14.970	28238.403	6431.860

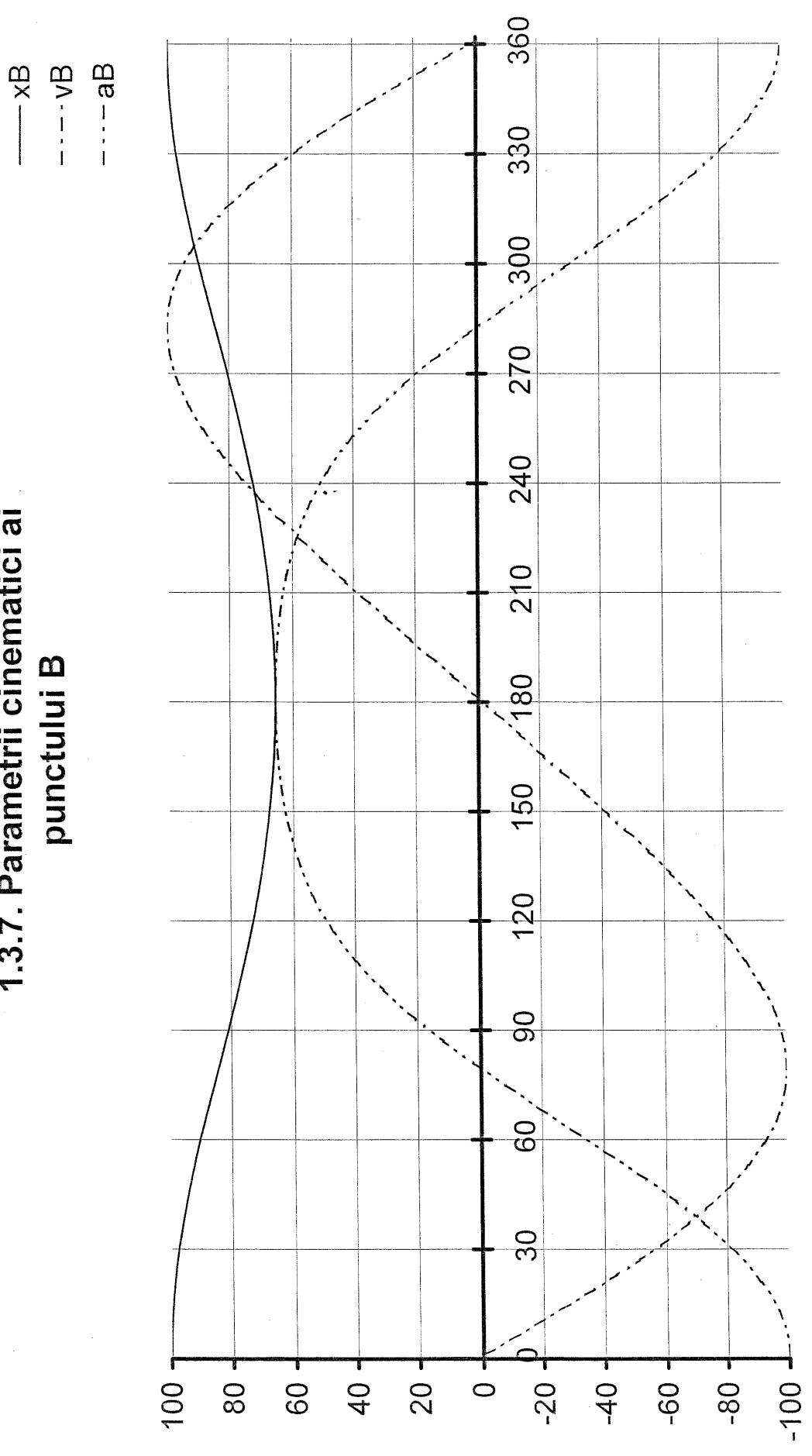
t	$\Phi_1$	$\Phi_1[\text{rad}]$	$\Phi_2$	$\Phi_2[\text{rad}]$	$\theta$	$\theta$	$x_B$	$\omega_2$	$v_B$	$\varepsilon_2$	$a_B$
ms	[0]	[rad]	[0]	[rad]	[rad]	[0]	[mm]	[rad/s]	[m/s]	[rad/s2]	[m/s2]
5.50	132	2.304	-9.035	-0.158	-0.158	-9.035	216.624	59.975	-14.429	27329.265	6540.849
5.58	134	2.339	-8.744	-0.153	-0.153	-8.744	215.444	62.214	-13.880	26390.704	6641.511
5.67	136	2.374	-8.441	-0.147	-0.147	-8.441	214.311	64.373	-13.322	25424.339	6734.245
5.75	138	2.409	-8.129	-0.142	-0.142	-8.129	213.224	66.451	-12.758	24431.772	6819.453
5.83	140	2.443	-7.807	-0.136	-0.136	-7.807	212.185	68.444	-12.186	23414.584	6897.538
5.92	142	2.478	-7.476	-0.130	-0.130	-7.476	211.193	70.352	-11.608	22374.324	6968.896
6.00	144	2.513	-7.135	-0.125	-0.125	-7.135	210.250	72.173	-11.025	21312.510	7033.922
6.08	146	2.548	-6.787	-0.118	-0.118	-6.787	209.356	73.904	-10.436	20230.624	7093.000
6.17	148	2.583	-6.430	-0.112	-0.112	-6.430	208.511	75.544	-9.843	19130.105	7146.506
6.25	150	2.618	-6.065	-0.106	-0.106	-6.065	207.716	77.092	-9.245	18012.352	7194.802
6.33	152	2.653	-5.694	-0.099	-0.099	-5.694	206.970	78.546	-8.644	16878.722	7238.238
6.42	154	2.688	-5.315	-0.093	-0.093	-5.315	206.275	79.904	-8.039	15730.524	7277.146
6.50	156	2.723	-4.931	-0.086	-0.086	-4.931	205.631	81.167	-7.431	14569.025	7311.843
6.58	158	2.758	-4.540	-0.079	-0.079	-4.540	205.037	82.332	-6.820	13395.448	7342.625
6.67	160	2.793	-4.145	-0.072	-0.072	-4.145	204.494	83.399	-6.207	12210.971	7369.770
6.75	162	2.827	-3.744	-0.065	-0.065	-3.744	204.002	84.367	-5.592	11016.733	7393.536
6.83	164	2.862	-3.339	-0.058	-0.058	-3.339	203.562	85.235	-4.975	9813.832	7414.156
6.92	166	2.897	-2.930	-0.051	-0.051	-2.930	203.173	86.003	-4.357	8603.329	7431.842
7.00	168	2.932	-2.518	-0.044	-0.044	-2.518	202.836	86.669	-3.737	7386.253	7446.784
7.08	170	2.967	-2.103	-0.037	-0.037	-2.103	202.550	87.233	-3.116	6163.601	7459.145
7.17	172	3.002	-1.685	-0.029	-0.029	-1.685	202.317	87.696	-2.494	4936.345	7469.067
7.25	174	3.037	-1.266	-0.022	-0.022	-1.266	202.135	88.056	-1.871	3705.433	7476.664
7.33	176	3.072	-0.845	-0.015	-0.015	-0.845	202.005	88.313	-1.247	2471.796	7482.025
7.42	178	3.107	-0.423	-0.007	-0.007	-0.423	201.927	88.468	-0.624	1236.349	7485.216
7.50	180	3.142	0.000	0.000	0.000	0.000	201.901	88.520	0.000	0.000	7486.276
7.58	182	3.176	0.423	0.007	0.007	0.423	201.927	88.468	0.624	-1236.349	7485.216
7.67	184	3.211	0.845	0.015	0.015	0.845	202.005	88.313	1.247	-2471.796	7482.025
7.75	186	3.246	1.266	0.022	0.022	1.266	202.135	88.056	1.871	-3705.433	7476.664
7.83	188	3.281	1.685	0.029	0.029	1.685	202.317	87.696	2.494	-4936.345	7469.067
7.92	190	3.316	2.103	0.037	0.037	2.103	202.550	87.233	3.116	-6163.601	7459.145
8.00	192	3.351	2.518	0.044	0.044	2.518	202.836	86.669	3.737	-7386.253	7446.784
8.08	194	3.386	2.930	0.051	0.051	2.930	203.173	86.003	4.357	-8603.329	7431.842
8.17	196	3.421	3.339	0.058	0.058	3.339	203.562	85.235	4.975	-9813.832	7414.156
8.25	198	3.456	3.744	0.065	0.065	3.744	204.002	84.367	5.592	-11016.733	7393.536
8.33	200	3.491	4.145	0.072	0.072	4.145	204.494	83.399	6.207	-12210.971	7369.770
8.42	202	3.526	4.540	0.079	0.079	4.540	205.037	82.332	6.820	-13395.448	7342.625
8.50	204	3.560	4.931	0.086	0.086	4.931	205.631	81.167	7.431	-14569.025	7311.843
8.58	206	3.595	5.315	0.093	0.093	5.315	206.275	79.904	8.039	-15730.524	7277.146
8.67	208	3.630	5.694	0.099	0.099	5.694	206.970	78.546	8.644	-16878.722	7238.238
8.75	210	3.665	6.065	0.106	0.106	6.065	207.716	77.092	9.245	-18012.352	7194.802
8.83	212	3.700	6.430	0.112	0.112	6.430	208.511	75.544	9.843	-19130.105	7146.506
8.92	214	3.735	6.787	0.118	0.118	6.787	209.356	73.904	10.436	-20230.624	7093.000
9.00	216	3.770	7.135	0.125	0.125	7.135	210.250	72.173	11.025	-21312.510	7033.922
9.08	218	3.805	7.476	0.130	0.130	7.476	211.193	70.352	11.608	-22374.324	6968.896
9.17	220	3.840	7.807	0.136	0.136	7.807	212.185	68.444	12.186	-23414.584	6897.538
9.25	222	3.875	8.129	0.142	0.142	8.129	213.224	66.451	12.758	-24431.772	6819.453
9.33	224	3.910	8.441	0.147	0.147	8.441	214.311	64.373	13.322	-25424.339	6734.245
9.42	226	3.944	8.744	0.153	0.153	8.744	215.444	62.214	13.880	-26390.704	6641.511
9.50	228	3.979	9.035	0.158	0.158	9.035	216.624	59.975	14.429	-27329.265	6540.849
9.58	230	4.014	9.316	0.163	0.163	9.316	217.849	57.660	14.970	-28238.403	6431.860
9.67	232	4.049	9.586	0.167	0.167	9.586	219.119	55.270	15.501	-29116.485	6314.152
9.75	234	4.084	9.844	0.172	0.172	9.844	220.432	52.808	16.022	-29961.878	6187.339
9.83	236	4.119	10.090	0.176	0.176	10.090	221.789	50.277	16.532	-30772.950	6051.049
9.92	238	4.154	10.324	0.180	0.180	10.324	223.187	47.680	17.030	-31548.085	5904.926
10.00	240	4.189	10.545	0.184	0.184	10.545	224.627	45.020	17.516	-32285.686	5748.632
10.08	242	4.224	10.754	0.188	0.188	10.754	226.106	42.300	17.988	-32984.187	5581.852
10.17	244	4.259	10.949	0.191	0.191	10.949	227.624	39.524	18.446	-33642.064	5404.298
10.25	246	4.294	11.131	0.194	0.194	11.131	229.180	36.694	18.888	-34257.841	5215.710
10.33	248	4.328	11.299	0.197	0.197	11.299	230.772	33.815	19.315	-34830.102	5015.862
10.42	250	4.363	11.454	0.200	0.200	11.454	232.399	30.891	19.724	-35357.502	4804.565
10.50	252	4.398	11.594	0.202	0.202	11.594	234.059	27.924	20.115	-35838.775	4581.669
10.58	254	4.433	11.721	0.205	0.205	11.721	235.751	24.919	20.487	-36272.742	4347.068
10.67	256	4.468	11.832	0.207	0.207	11.832	237.473	21.880	20.839	-36658.322	4100.701
10.75	258	4.503	11.929	0.208	0.208	11.929	239.223	18.810	21.170	-36994.541	3842.556
10.83	260	4.538	12.012	0.210	0.210	12.012	241.001	15.715	21.479	-37280.536	3572.670
10.92	262	4.573	12.079	0.211	0.211	12.079	242.803	12.598	21.766	-37515.565	3291.137
11.00	264	4.608	12.132	0.212	0.212	12.132	244.627	9.464	22.028	-37699.014	2998.101

t	$\Phi_1$	$\Phi_1[\text{rad}]$	$\Phi_2$	$\Phi_2[\text{rad}]$	$\theta$	$\theta$	$x_B$	$\omega_2$	$v_B$	$\varepsilon_2$	$a_B$
ms	[0]	[rad]	[0]	[rad]	[rad]	[0]	[mm]	[rad/s]	[m/s]	[rad/s^2]	[m/s^2]
11.08	266	4.643	12.170	0.212	0.212	12.170	246.473	6.317	22.265	-37830.398	2693.765
11.17	268	4.677	12.192	0.213	0.213	12.192	248.338	3.161	22.476	-37909.369	2378.389
11.25	270	4.712	12.200	0.213	0.213	12.200	250.218	0.000	22.661	-37935.716	2052.290
11.33	272	4.747	12.192	0.213	0.213	12.192	252.114	-3.161	22.818	-37909.369	1715.842
11.42	274	4.782	12.170	0.212	0.212	12.170	254.021	-6.317	22.947	-37830.398	1369.478
11.50	276	4.817	12.132	0.212	0.212	12.132	255.937	-9.464	23.046	-37699.014	1013.687
11.58	278	4.852	12.079	0.211	0.211	12.079	257.861	-12.598	23.115	-37515.565	649.014
11.67	280	4.887	12.012	0.210	0.210	12.012	259.789	-15.715	23.154	-37280.536	276.058
11.75	282	4.922	11.929	0.208	0.208	11.929	261.719	-18.810	23.161	-36994.541	-104.530
11.83	284	4.957	11.832	0.207	0.207	11.832	263.648	-21.880	23.136	-36658.322	-492.049
11.92	286	4.992	11.721	0.205	0.205	11.721	265.574	-24.919	23.079	-36272.742	-885.751
12.00	288	5.027	11.594	0.202	0.202	11.594	267.494	-27.924	22.989	-35838.775	-1284.843
12.08	290	5.061	11.454	0.200	0.200	11.454	269.405	-30.891	22.865	-35357.502	-1688.494
12.17	292	5.096	11.299	0.197	0.197	11.299	271.304	-33.815	22.707	-34830.102	-2095.832
12.25	294	5.131	11.131	0.194	0.194	11.131	273.188	-36.694	22.515	-34257.841	-2505.955
12.33	296	5.166	10.949	0.191	0.191	10.949	275.055	-39.524	22.289	-33642.064	-2917.930
12.42	298	5.201	10.754	0.188	0.188	10.754	276.902	-42.300	22.029	-32984.187	-3330.799
12.50	300	5.236	10.545	0.184	0.184	10.545	278.726	-45.020	21.734	-32285.686	-3743.585
12.58	302	5.271	10.324	0.180	0.180	10.324	280.524	-47.680	21.405	-31548.085	-4155.291
12.67	304	5.306	10.090	0.176	0.176	10.090	282.292	-50.277	21.042	-30772.950	-4564.911
12.75	306	5.341	9.844	0.172	0.172	9.844	284.030	-52.808	20.644	-29961.878	-4971.431
12.83	308	5.376	9.586	0.167	0.167	9.586	285.732	-55.270	20.213	-29116.485	-5373.832
12.92	310	5.411	9.316	0.163	0.163	9.316	287.398	-57.660	19.749	-28238.403	-5771.098
13.00	312	5.445	9.035	0.158	0.158	9.035	289.023	-59.975	19.252	-27329.265	-6162.216
13.08	314	5.480	8.744	0.153	0.153	8.744	290.605	-62.214	18.722	-26390.704	-6546.185
13.17	316	5.515	8.441	0.147	0.147	8.441	292.142	-64.373	18.161	-25424.339	-6922.013
13.25	318	5.550	8.129	0.142	0.142	8.129	293.631	-66.451	17.569	-24431.772	-7288.730
13.33	320	5.585	7.807	0.136	0.136	7.807	295.070	-68.444	16.946	-23414.584	-7645.382
13.42	322	5.620	7.476	0.130	0.130	7.476	296.455	-70.352	16.295	-22374.324	-7991.042
13.50	324	5.655	7.135	0.125	0.125	7.135	297.785	-72.173	15.615	-21312.510	-8324.807
13.58	326	5.690	6.787	0.118	0.118	6.787	299.056	-73.904	14.908	-20230.624	-8645.808
13.67	328	5.725	6.430	0.112	0.112	6.430	300.268	-75.544	14.174	-19130.105	-8953.206
13.75	330	5.760	6.065	0.106	0.106	6.065	301.418	-77.092	13.416	-18012.352	-9246.199
13.83	332	5.794	5.694	0.099	0.099	5.694	302.504	-78.546	12.634	-16878.722	-9524.022
13.92	334	5.829	5.315	0.093	0.093	5.315	303.523	-79.904	11.829	-15730.524	-9785.950
14.00	336	5.864	4.931	0.086	0.086	4.931	304.475	-81.167	11.003	-14569.025	-10031.300
14.08	338	5.899	4.540	0.079	0.079	4.540	305.356	-82.332	10.157	-13395.448	-10259.435
14.17	340	5.934	4.145	0.072	0.072	4.145	306.167	-83.399	9.294	-12210.971	-10469.761
14.25	342	5.969	3.744	0.065	0.065	3.744	306.905	-84.367	8.413	-11016.733	-10661.733
14.33	344	6.004	3.339	0.058	0.058	3.339	307.569	-85.235	7.517	-9813.832	-10834.853
14.42	346	6.039	2.930	0.051	0.051	2.930	308.157	-86.003	6.608	-8603.329	-10988.672
14.50	348	6.074	2.518	0.044	0.044	2.518	308.670	-86.669	5.686	-7386.253	-11122.794
14.58	350	6.109	2.103	0.037	0.037	2.103	309.105	-87.233	4.755	-6163.601	-11236.872
14.67	352	6.144	1.685	0.029	0.029	1.685	309.462	-87.696	3.814	-4936.345	-11330.611
14.75	354	6.178	1.266	0.022	0.022	1.266	309.740	-88.056	2.867	-3705.433	-11403.771
14.83	356	6.213	0.845	0.015	0.015	0.845	309.940	-88.313	1.914	-2471.796	-11456.163
14.92	358	6.248	0.423	0.007	0.007	0.423	310.059	-88.468	0.958	-1236.349	-11487.652
15.00	360	6.283	0.000	0.000	0.000	0.000	310.099	-88.520	0.000	0.000	-11498.157

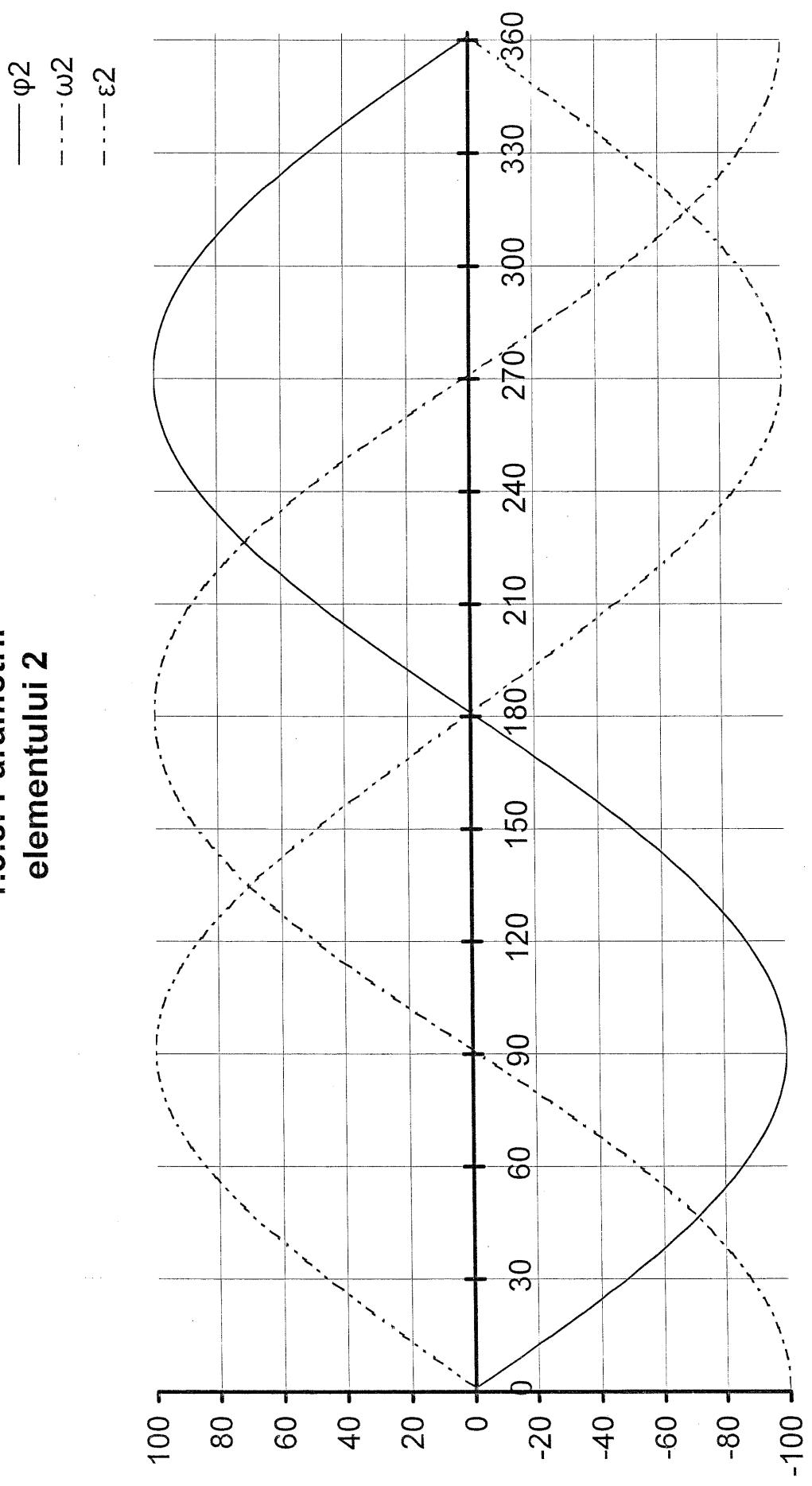


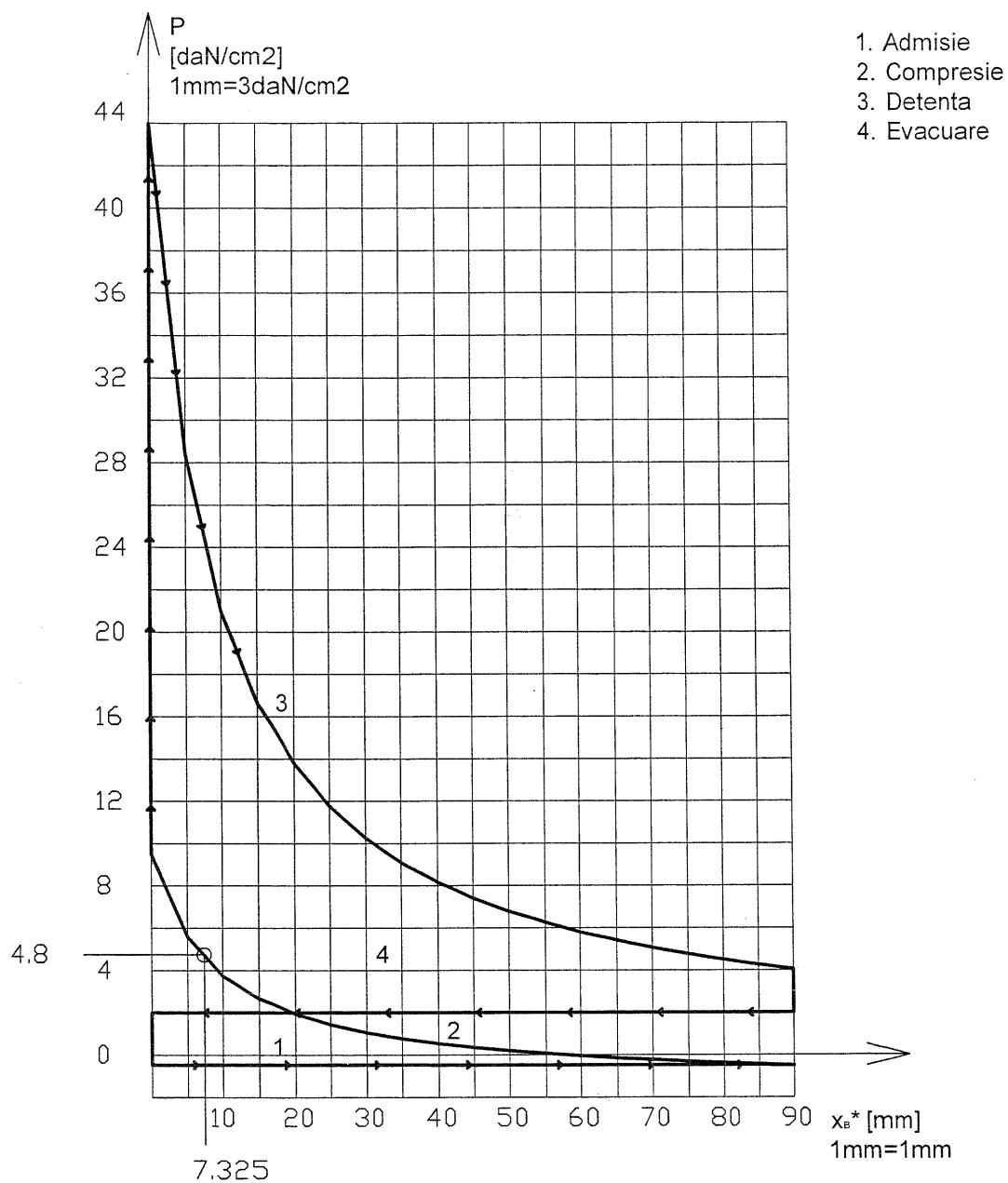


### 1.3.7. Parametrii cinematici ai punctului B



### 1.3.8. Parametrii elementului 2





Analiza cinematica a mecanismului manivela piston

DIAGRAMA  
DEPLASARE-PRESIUNE

## Tema nr. 2 – MECANISM CU ROȚI DINȚATE

### Enunțul temei

Pentru mecanismul cu roți dințate din (fig.2.1), să se efectueze analiza structurală, cinematică și calculul geometric pentru două perechi de roți aflate în angrenare (un angrenaj cilindric și unul conic).

Se cunosc datele din (tab.2.1), iar roțile dințate au același modul m.

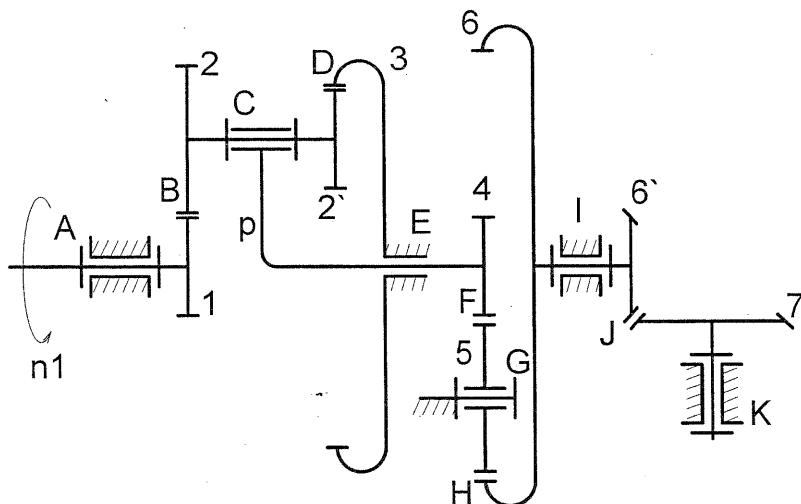


Fig.2.1

Tab.2.1

Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	n 1	m
-	-	-	-	-	-	-	Rot/min	[mm]
17	17	51	16	21	19	34	160	7

### Cerințe:

- 2.1 Gradul de mobilitate al mecanismului. Tipul de mecanism.
- 2.2 Calculul numerelor de dinți necunoscute  $z_1, z_2$ , din condiția de coaxialitate.
- 2.3 Să se determine  $i_{17}, n_7, \omega_7, n_2, \omega_2$  folosind în mod adeguat relația lui Willis.
- 2.4 Să se efectueze calculul elementelor cinematice pentru perechea de roți  $z_5 - z_6$ , folosind notații corespunzătoare.
- 2.5 Să se efectueze calculul geometrico-cinematic pentru perechea de roți  $z_6 - z_7$ .
- 2.6 Să se efectueze două planșe de execuție pentru roata interioară  $z_6$  și roata conică  $z_7$ .

## 2.1 Calculul gradului de mobilitate al mecanismului. Tipul de mecanism.

Mecanismul este plan deoarece axele de rotație ale cuprelor sunt conținute într-un singur plan. Acesta conține numai couple de rotație, prin urmare **mecanismul este de familie f=3**.

Cunoscând familia mecanismului, **gradul de mobilitate se calculează cu formula:**

$$M = 3n - 2C_5 - C_4$$

unde n= numarul de elemente mobile.

$$C_5 = 6(A,C,E,G,I,K)$$

$$C_4 = 5(B,D,F,H,J)$$

$$n = 6(2,3,p,5,6,7)$$

$$M = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 5$$

$$\mathbf{M=1}$$

Mecanismul conține:

- couple de rotație inferioare de clasă  $C_5$  (A,C,E,G,I,K)
- couple superioare de clasă  $C_4$  (B,D,F,H,J)

Acestea din urmă se formează între flancurile dintilor în contact. În (fig.2.2.1) sunt exemplificate la un angrenaj simplu couplele de rotație A,B și cea superioară C.

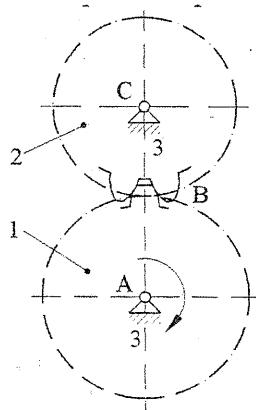


FIG.2.2.1

În cazul în care: **M=1**, mecanismul este planetar;  
**M=2**, mecanismul este diferențial;

Pentru mecanismul de față, avem gradul de mobilitate  $M=1$ , prin urmare acesta este de **tip planetar**. Mecanismul de **tip diferențial** se obține ca în (fig.2.2.2), unde se observă că roata dințată 3 este mobilă.

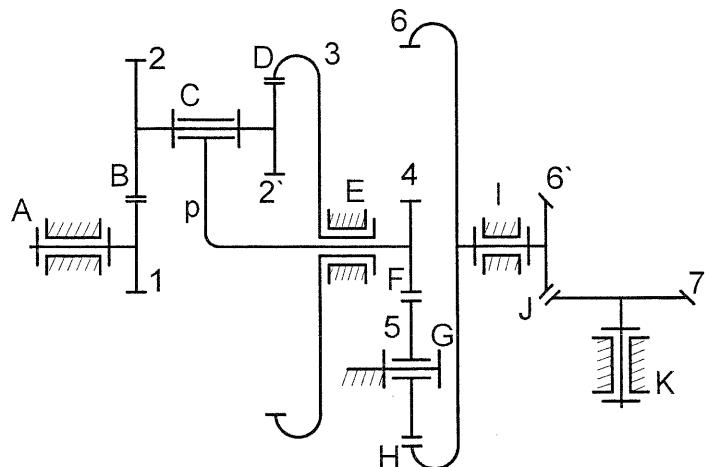


Fig.2.2.2  
(mecanism diferențial  $M=2$ ,  
roata dințată 3-mobilă);

Din mecanismul planetar din fig.2.1,s-a obținut unul diferențial unde ambele roți centrale 1 și 3 sunt mobile

**Elementul p** care se rotește în jurul unei axe fixe ce coincide cu axa roțiilor principale centrale,se numește **portsatelist**.

**Roata 1** care se rotește în jurul unei axe fixe se numește **roată centrală sau solară**.

**Roata 2-2'**care se rotește în jurul unei axe mobile se numește **satelit**.

## 2.2 Calculul numărului de dinți $Z_2, Z_6$ din condiția de coaxialitate.

**Condiția de coaxialitate** exprimă necesitatea coincidenței axelor geometrice ale roțiilor centrale principale centrale 1 și 3,și a barei portsatelist –p.

Din condiția de coaxialitate avem:

$$(1) \quad r_1 + r_2 = r_3 - r_4 \rightarrow a_{12} = a_{23}$$

$$(2) \quad r_4 + r_5 = r_6 - r_5 \rightarrow a_{45} = a_{65}$$

iar  $r = d/2 = m \cdot z/2$

Unde:  $r_1 \dots r_6$ -razele cercurilor de divizare ale roțiilor dintate 1...6;

$d$ -dimetrul cercului de divizare;

$Z_1 \dots Z_6$ -numărul de dinți ai roțiilor dintate 1...6;

$a_{12}$ -distanța dintre axele de rotație ale roțiilor dintate 1 și 2;

Din (1) rezultă:

$$\frac{m \cdot Z_1}{2} + \frac{m \cdot Z_2}{2} = \frac{m \cdot Z_3}{2} - \frac{m \cdot Z_2}{2}$$

$$\rightarrow Z_1 + Z_2 = Z_3 - Z_2$$

$$Z_2 = 17$$

Din (2) rezultă

$$Z_6 = Z_4 + 2 \cdot Z_5$$

$$Z_6 = 58;$$

Datele obținute se regăsesc în (tabelul 2.2.1)

Tab 2.2.1

$Z_2$	$Z_6$
-	-
17	58

### 2.3 Determinarea mărimilor $i_{1n}, n_1, \omega_1, n_2, \omega_2$ folosind în mod adecvat relația lui Willis.

Mecanismele complexe cu roți dințate cu axe fixe, se formează prin legarea în serie a mecanismelor elementare astfel încât elementul condus al unui angrenaj component este cuplat la elementul conducer al angrenajului următor.

Raportul de transmitere al unui mecanism complex se definește cu ajutorul expresiilor:

$$(1) \quad i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n}$$

și

$$(2) \quad \tilde{i}_{1n} = \frac{\varpi_1}{\varpi_n}$$

Unde: 1-elementul conducer; 2-elementul condus;

Expresia (2) se aplică numai dacă axele de rotație ale elementelor 1 și n sunt paralele, deci dacă sensurile de rotație sunt comparabile și pot fi asociate convențional cu semnele vitezelor unghiulare.

$\tilde{i}_{12}$  este -pozitiv, când roțile 1 și n se rotesc în același sens;  
-negativ, când roțile 1 și n se rotesc în sensuri diferite;

**Raportul de transmitere**  $i_{ln}$  al unui mecanism complex se calculează ca produsul rapoartelor de transmitere ale mecanismelor elementare componente, considerate scalari fără semn.

Dacă mecanismul complex este format numai din angrenaje paralele, raportul de transmitere este egal cu produsul rapoartelor parțiale luate fiecare cu semnul său.

Dacă mecanismul complex este format din angrenaje de tipuri diferite (paralele, concurente, încrucișate) dar elementele 1 și n au axe paralele, raportul  $i_{ln}$  se determină în două etape:

1-se determină raportul  $i_{ln}$  după regula antrrioară;

2-se stabilește semnul prin analiza transmiterii mișcării din aproape în aproape; În figura 2.3.1 avem:

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3} \quad (3)$$

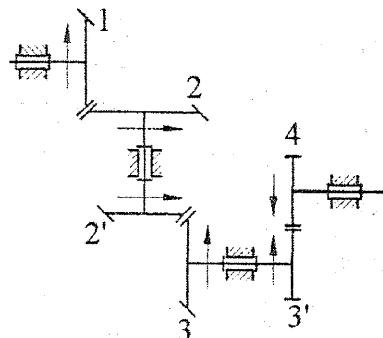


Fig 2.3.1

Pentru stabilirea senzului se alege un sens arbitrar de rotație pentru roata 1. Se observă că roata 1 și 4 au sensuri diferite de rotație. Prin urmare avem:  $\bar{i}_{14} = -i_{14}$ .

Pentru mecanismul din fig 2.1 sesurile de rotație ale roților dințate 1 și 7 nu sunt comparabile deoarece acestea nu sunt paralele, prin urmare **raportul de transmitere**  $i_{17}$  nu își poate atribui semn.

Pentru calculul raportului de transmitere pentru mecanismul planetar din fig 2.1, acesta se transformă într-unul cu axe fixe, prin adoptarea portsatelitului p ca element de referință. Astfel se poate scrie expresia raportului de transmitere  $i_{13}$  format din angrenajele 1-2 și 2'-3:

$$\bar{i}_{13}^p = \frac{\omega_{1p}}{\omega_{3p}} \quad (4)$$

Unde:  $-\omega_{1p}$  și  $\omega_{3p}$  sunt vitezele relative ale roților 1 și 3 față de portsatelit

$$-\omega_{1p} = \omega_1 - \omega_p;$$

$$-\omega_{3p} = \omega_3 - \omega_p;$$

Cunoscând acestea, relația (4) devine:

$$\bar{i}_{13}^p = \frac{\omega_1 - \omega_p}{\omega_3 - \omega_p} \quad (5)$$

Relația (2) este cunoscută ca **relația lui Willis** ce descrie comportarea cinematică a mecanismului planetar.

Deoarece roata centrală principală 3 este fixă, viteza relativă a acesteia față de portsatelit este cunoscută și este:  $\omega_3 = 0$ , iar relația lui Willis devine:

$$\bar{i}_{13}^p = \frac{\varpi_1 - \varpi_p}{\varpi_p} = -\frac{\varpi_1}{\varpi_p} + 1 \quad (6)$$

Se cunosc :  $\frac{\varpi_1}{\varpi_p} = \bar{i}_{14}$  și  $\bar{i}_{13}^p = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2}$ . Introducând acestea în (6), avem:

$$i_{14} = 1 + \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2} = 4 \quad (7)$$

- Raportul de transmitere  $i_{4,7}$  se calculează ca produsul rapoartelor de transmitere parțiale ale angrenajelor roțiilor 4-5,5-6,6'-7:

$$i_{47} = \frac{z_5}{z_4} \cdot \frac{z_6}{z_5} \cdot \frac{z_7}{z_6} = 6,48 \quad (8)$$

- Raportul de transmitere final  $i_{1,7}$  este definit ca produsul rapoartelor de transmitere ale mecanismelor elementare din (7) și (8):

$$i_{17} = i_{14} \cdot i_{47} = 25,92$$

- Pentru a afla mărimele  $n_7$  și  $\omega_7$** , care reprezintă turăția roții dințate 7 respectiv viteza unghiulară a acesteia, se scrie relația raportului de transmitere ca raportul turăților:

$$i_{17} = \frac{n_1}{n_7} ; \quad (9)$$

$$n_7 = \frac{n_1}{i_{17}} = 6,17 \text{ rot/min} ;$$

$$\omega_7 = \frac{\pi \cdot n_7}{30} = 0,64 s^{-1} ;$$

- Pentru a afla mărimele  $n_2, \omega_2, n_p, \omega_p$**  care reprezintă turățile, respectiv vitezele unghiulare ale roții dințate 2 și portsatelitului p, se procedează astfel:

-se aplică relația lui Willis pentru raportul de transmitere  $\bar{i}_{12}^p$  :

$$\bar{i}_{12}^p = \frac{\varpi_1 - \varpi_p}{\varpi_2 - \varpi_p} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (10)$$

Din relația (10) rezultă  $\varpi_2$ :

$$\omega_2 = \frac{\varpi_p(z_1 + z_2) - \varpi_1 \cdot z_1}{z_2} ; \quad (11)$$

Din relația (7) avem:

$$i_{1p} = i_{14} = \frac{\varpi_1}{\varpi_p} = 1 + \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2} \quad (12)$$

Din relația (12) ne rezultă;

$$\omega_p = \frac{\varpi_1}{1 + \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2}} = 4,18 s^{-1} \quad (13)$$

Introducând (13) în (11) rezultă:

$$\bar{\omega}_2 = -8,39 s^{-1} ;$$

$$\bar{\omega}_2 = \frac{\pi \cdot n_2}{30} ; \quad (14)$$

$$n_2 = \frac{30 \cdot \bar{\omega}_2}{\pi} = -80,11 \text{ rot/min} ;$$

$$n_p = \frac{30 \cdot \bar{\omega}_p}{\pi} = 39,91 \text{ rot/min} ;$$

Datele obținute se regăsesc în (tabelul 2.3.1)

Tab 2.3.1.

$i_{17}$	$\omega_7$	$n_7$	$\omega_2$	$n_2$	$\omega_p$	$n_p$
—	$s^{-1}$	rot/min	$s^{-1}$	rot/min	$s^{-1}$	rot/nim
25,92	0,64	6,17	-8,39	-80,11	4,18	39,91

## 2.4 Efectuarea calculului elementelor geometrico-cinematice pentru perechea de roți $Z_5 - Z_6$ folosind notații corespunzătoare.

Perechea de roți  $Z_5 - Z_6$ , reprezintă un mecanism elementar cu roți dințate, sau **angrenaj**, format din două roți dințate cu mișcare de rotație în jurul a două axe cu poziție relativă invariabilă, una antrenând-o pe celalătă prin acțiunea dinților aflați succesiv în contact.

Roțile  $Z_5 - Z_6$  formează un **angrenaj paralel interior**, alcătuit dintr-o roată cu dantură exterioară și o roată cu dantură interioară. La acest tip de angrenaj suprafața de rostogolire a uneia dintre roți (cea cu dantură exterioară) este amplasată în interiorul suprafeței de rostogolire a celeilalte roți (care are dantură interioară) fig.2.4.1.a. Intersecțiile lor cu un plan frontal formează cercurile de rostogolire  $C_{w1}$  și  $C_{w2}$  care reprezintă **centroidele mișcării relative**. Punctul lor de tangență este **centrul instantaneu al mișcării relative** fig.2.4.1.b. S-au făcut următoarele notății:  
 -  $d_{w1}, C_{w1}$  și  $\varpi_1$  pentru roata dințată exterioară 5;  
 -  $d_{w2}, C_{w2}$  și  $\varpi_2$  pentru roata dințată interioară 6;

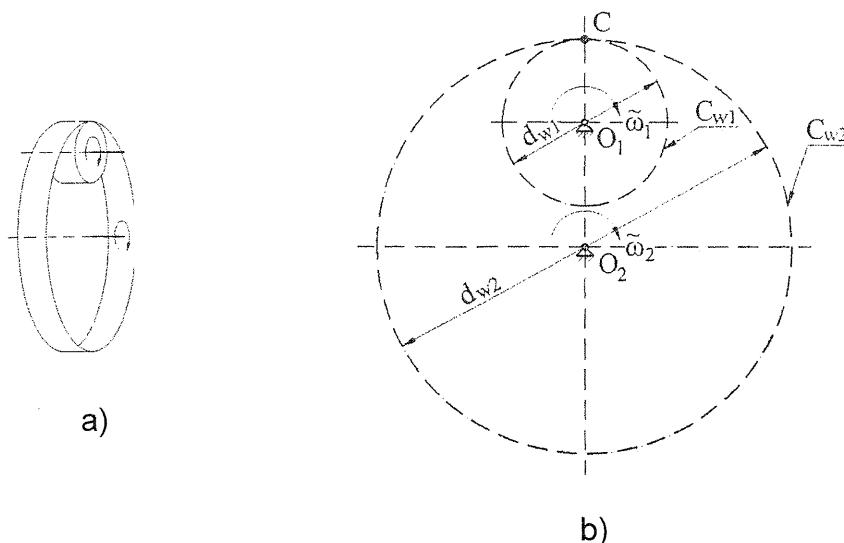


Fig.2.4.1

După poziția relativă a axelor și forma suprafețelor de rostogolire,**angrajul este cu axe paralele** de rotație, iar suprafețele de rostogolire sunt cilindri circulari având axe geometrice identice cu axele de rotație.

După forma liniilor de divizare ale flancurilor, perechea de roți  $Z_5 - Z_6$ , sunt **roți dințate cu dinți drepti**, la care liniile de divizare ale flancurilor coincid cu generatoarele suprafeței de divizare. Liniile de divizare ale flancurilor reprezintă intersecțiile flancurilor dinților cu suprafața de divizare ifg.2.4.2.a). Flancurile sunt delimitate de **suprafața de cap**- spre vârful dinților și **suprafața de picior**- spre fundul golurilor. Pentru roata cu dantură exterioară 5 fig 2.1, suprafața de cap este în exteriorul celei de picior fig 2.4.2.b), iar pentru roata cu dantură interioară 6, suprafața de cap este în interiorul celei de picior fig.2.4.2.c).

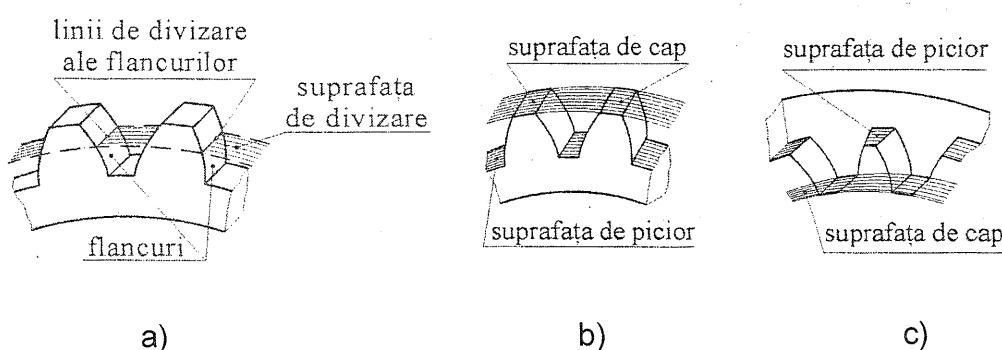


Fig.2.4.2

După forma profilului frontal al dinților, marea majoritate a roților dințate sunt evolventice, la care **profilul frontal al danturii are formă de evolventă**. Profilul dintelui se obține prin intersecția suprafețelor ce delimită dintele sau golul dintre dinți cu o suprafață dată.

**Evolventa cercului** este o curbă descrisă de un punct care aparține unei drepte numită dreaptă generatoare, ce se rostogolește fără alunecare peste un cerc numit cerc de bază fig 2.4.3.

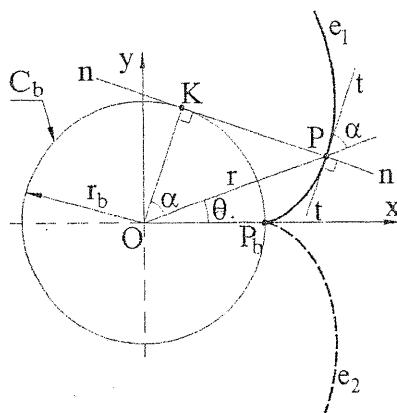


Fig 2.4.3

Dacă profilul unei roți este dat, se poate determina, prin înfașurare, profilul conjugat astfel încât să fie respectată legea fundamentală a angrenării. Prin urmare se pot utiliza o infinitate de profile de dinți. Totuși, în construcția de mașini se folosesc aproape exclusiv profilele formate din evolventa cercului, datorită avantajelor pe care le au.

#### Evolventa are o serie de proprietăți:

- -are două ramuri infinite  $e_1, e_2$  separate într-un punct de întoarcere  $P_b$  situat pe cercul de bază;
- -în ecuațiile evolventei intervine un singur parametru constant - raza de bază  $r_b$ . Aceasta înseamnă că forma evolventei este determinată numai de mărimea cercului de bază;
- -normala la evolventă în  $P$  este tangentă la cercul de bază și este chiar dreapta generatoare  $PK$  iar centrul de curbură este chiar în punctul de tangență. Cunoscând direcția normalei la evolventă, în cazul utilizării acesteia ca profil de dintă, **unghiul  $\alpha$  se numește unghi de presiune**;

După modul de definire geometrică, angrenajul este format din roți dințate cilindrice cu suprafață de divizare cilindrică, iar elementul de referință este o cremalieră. Roțile cilindrice pot forma angrenaje **paralele sau încrucișate**, numite elicoidale.

În ce privește procesul de angrenare dintre două profile ale angrenajului paralel interior  $Z_5 - Z_6$  (fig. 2.4.4), se pot defini următoarele noțiuni:

**Linia de angrenare CK** - locul geometric (traiectoria) punctului de contact  $P$ . Aceasta reprezintă normala comună și invariabilă la profilele evolventice a celor două roți.

**Unghiul de angrenare  $\alpha_w$**  - unghiul format între normala comună în punctul de contact  $P$  și o dreaptă perpendiculară pe linia centrelor.

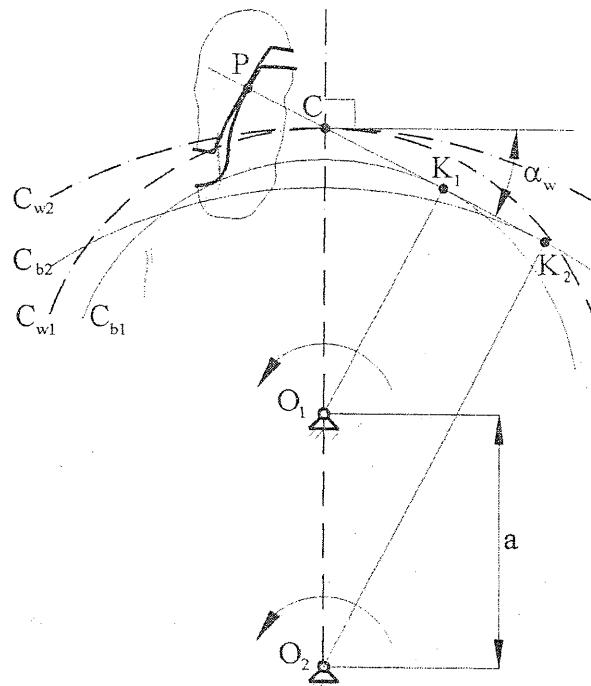


Fig.2.4.4.

Pentru a putea defini și calcula parametrii geometrici ai roților dințate cilindrice cu dinți drepti  $Z_5, Z_6$ , se prezintă cremaliera de referință cu ajutorul căreia se generează dantura roților dințate.

**Cremaliera de referință** este o cremalieră standardizată (STAS821-82) cu profile rectilinii, care servește la definirea geometrică a roților dințate evolventice (fig.2.4.5).

Parametrii geometrici ai cremalierei de referință sunt:

**Pasul  $p_0$**  - distanța dintre două profile omoloage consecutive, măsurată pe dreapta de referință sau pe o dreaptă paralelă cu aceasta. Se observă că pe dreapta de referință grosimea dintelui și lățimea golului dintre dinți sunt egale.

**Înălțimea dintelui  $h_0$**  - distanța dintre dreapta de cap și cea de picior.

**Înălțimea de referință a capului piciorului  $h_{a0}$**  - distanța dintre dreapta de referință și cea de cap.

**Înălțimea de referință a piciorului dintelui  $h_{f0}$**  - distanța dintre dreapta de referință și cea de picior.

**Raza de racordare la piciorul dintelui  $\rho_0$**  - raza cercului de racordare dintre profilul dintelui și dreapta de picior.

**Unghiul de inclinare a profilului dintelui  $\alpha_0$**  - unghiul profilului format cu o dreaptă perpendiculară pe cea de referință.

**Jocul radial**  $c_0 = h_{f0} - h_{a0}$  reprezintă diferența dintre înălțimea de referință a piciorului dintelui și cea a capului dintelui, prima mărime fiind mai mare ca cea de-a doua.

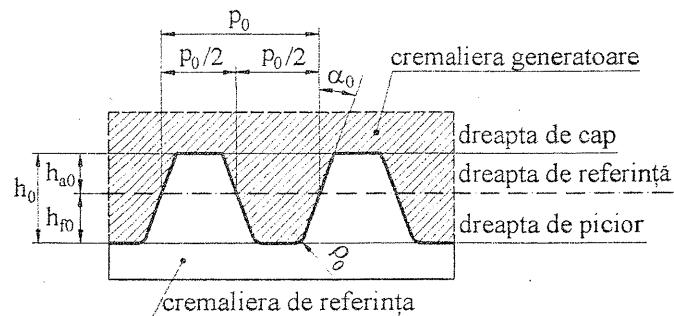


Fig.2.4.5

Formulele de calcul ale parametrilor de referință sunt:

$$p_0 = \pi \cdot m,$$

$$h_{a0} = h^{*}_{a0} \cdot m, \quad (h^{*}_{a0} = 1)$$

$$c_0 = c^{*}_0 \cdot m, \quad (c^{*}_0 = 0,25)$$

$$h_{f0} = (h^{*}_{a0} + c^{*}_0) \cdot m,$$

$$h = (2h^{*}_{a0} + c^{*}_0) \cdot m,$$

$$\rho = \rho^{*}_0, \quad (\rho^{*}_0 = 0,38)$$

Parametrii geometrici ai cremalierei de referință se calculează în funcție de o mărime unică numită **modul**, care este un parametru standardizat (STAS 822-82) cu dimensiuni în [mm].

Parametrii geometrici principali ai roții dințate cilindrice exterioare cu dinți drepti se definesc din condiția de angrenare fictivă cu cremaliera de referință (fig 2.4.6).

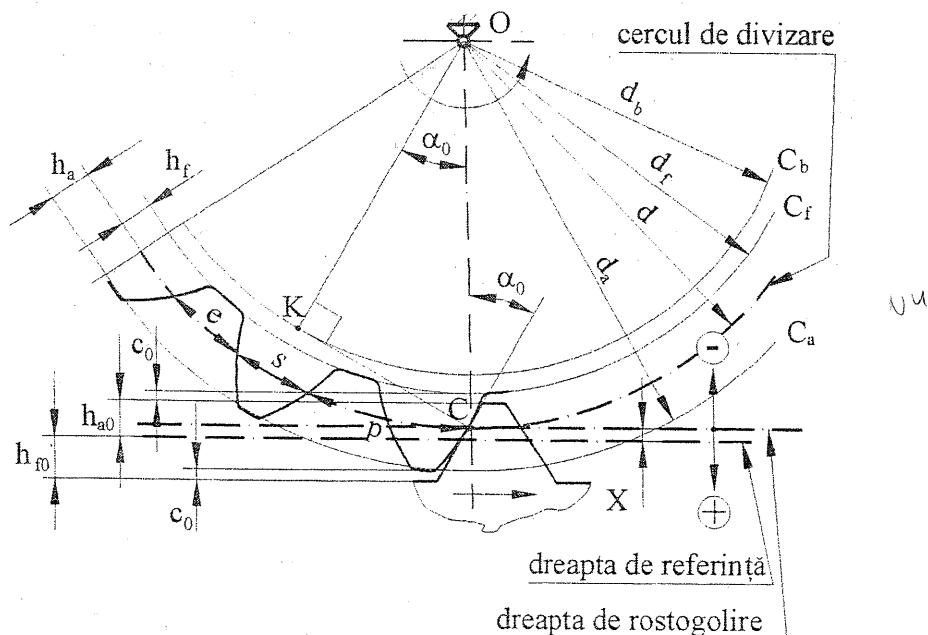


Fig.2.4.6

Cercul de rostogolire al roții în procesul de definire se numește **cerc de divizare**, iar parametrii geometrici ai roții dințate se definesc în raport cu cercul de divizare și modulul cremalierei după cum urmează:

**Deplasarea de profil (X)** – distanța dintre dreapta de referință și cea de rostogolire care este tangentă la cercul de divizare :

$$X = x \cdot m$$

Parametrul,  $x$ , se numește **coeficientul deplasării de profil sau deplasarea specifică**.

**Pasul de divizare, p** – arcul de divizare limitat de două profile omoloage consecutive:

$$p = p_0 = \pi \cdot m$$

**Diametrul de divizare, d** – diametrul cercului de divizare, cerc de lungime  $Z \cdot p$ :

$$d = \frac{z \cdot p}{\pi} = \frac{z \cdot \pi \cdot m}{\pi} = m \cdot z$$

**Înălțimea de divizare a capului dintelui,  $h_a$**  – distanța radială dintre cercul de divizare și cercul de cap:

$$h_a = h_{f0} - c_0 + X = h_{a0} + X$$

$$h_a = (h^{*}_{a0} + x) \cdot m$$

**Înălțimea de divizare a piciorului dintelui  $h_f$**  – distanța radială dintre cercul de divizare și cercul de picior:

$$h_f = h_{a0} + c_0 - X$$

$$h_f = (h^{*}_{a0} - c_0 - x) \cdot m$$

**Diametrul de cap,  $d_a$**

$$d_a = d + 2h_a$$

$$d_a = (z + 2h^{*}_{a0} + 2x)m$$

**Diametrul de picior,  $d_f$**

$$d_f = d - 2h_f$$

$$d_f = (z - 2h^{*}_{a0} - 2c_0 + 2x)m$$

**Arcul de divizare al dintelui, s** – arcul cercului de divizare limitat de profilele unui dintă. În ipoteza că jocul dintre profile este nul, arcul dintelui pe cercul de divizare (s) este egal cu lățimea golului dintre dinții cremalierei pe dreapta de rostogolire ( $e_{w0}$ ) (fig 2.4.7):

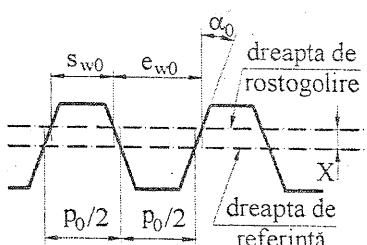


Fig.2.4.7

$$s = e_{w0} = \frac{p_0}{2} + 2X \cdot \operatorname{tg}\alpha_0$$

$$s = \left(\frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg}\alpha_0\right)m$$

**Arcul de divizare al golului dintre dinți,e:** -arcul cercului de divizare limitat de profilele unui gol dintre dinți:

$$e = s_{w0} = \frac{p_0}{2} - 2X \cdot \operatorname{tg}\alpha_0$$

$$e = \left(\frac{\pi}{2} - 2x \cdot \operatorname{tg}\alpha_0\right)m$$

**Ungiul de presiune de divizare,**  $\alpha_0$  -unguiul dintre tangenta la profil în punctul situat pe cercul de divizare și raza acestui cerc (fig.2.4.6). Acesta este egal cu unghiul de presiune al profilului cremalierii de referință.

**Diametrul de bază,**  $d_b$  -diametrul cercului de bază  $c_b$ :

$$d_b = d \cdot \cos\alpha_0$$

$$d_b = m \cdot z \cdot \cos\alpha_0$$

**Modulul,m** -indică mărimea danturii prin intermediul parametrilor  $p, s, e, h_a, h_f$ .

Numărul de dinți,z –împreună cu modulul m, determină mărimea roții, prin intermediul parametrilor  $d, d_a, d_f$ .

**Coefficientul deplasării de profil,x** –determină forma dintelui. Profilele dintilor cu coeficienți de deplasare diferiți, provin din aceeași evolventă, generată de la un cerc de bază unic, având același modul, însă deplasări de profil diferite. Dintele cu deplasare de profil pozitivă are vârful mai ascuțit și baza mai lată, iar cel cu deplasare negativă are vârful mai gros și baza mai îngustă.

**Roata dințată interioară** se definește în același mod ca și cea exterioară, pe baza cremalierii de referință, inversându-se dinții cu gurile dintre dinți. Ambele roți dințate  $Z_5, Z_6$  au aceleași valori pentru  $m, z$  și  $x$ , deci și același cerc de divizare. Cercul de cap al unei roți nu se suprapune însă peste cercul de picior al celeilalte, între ele fiind distanța radială  $c_0$ . Expresiile pentru  $X, p, \alpha_0, d_b$  rămân aceleași, ceilalți parametri sunt după cum urmează:

$$h_a = h_{a2} = h_{f1} - c_0 = (h_{a0} - x)m$$

$$h_f = h_{f2} = h_{a1} + c_0 = (h^{*}_{a0} + c_0 + x)m$$

$$d_a = d_{a2} = d - 2h_a = (z - 2h^{*}_{a0} + 2x)m$$

$$d_f = d_{f2} = d + 2h_f = (z + 2h^{*}_{a0} + 2c_0 - 2x)m$$

$$s = s_2 = e_1 = \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot \operatorname{tg}\alpha_0\right)m$$

$$e = e_2 = s_1 = \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \operatorname{tg}\alpha_0\right)m$$

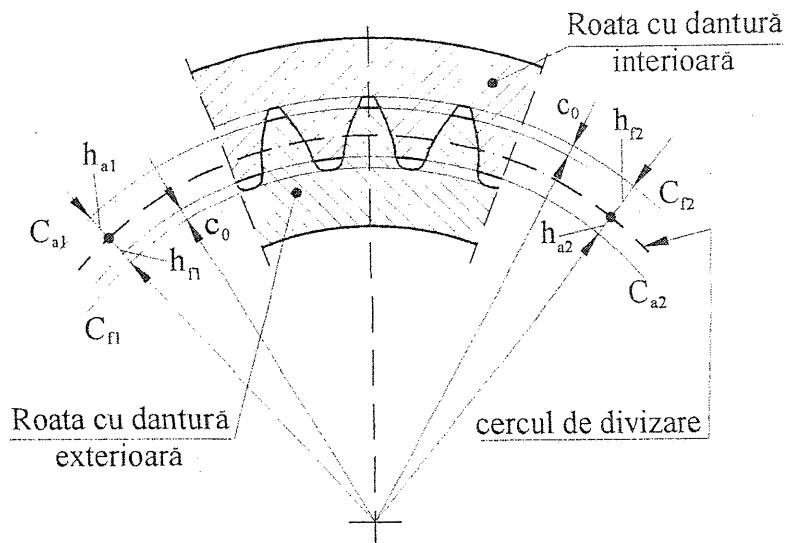


Fig.2.4.8

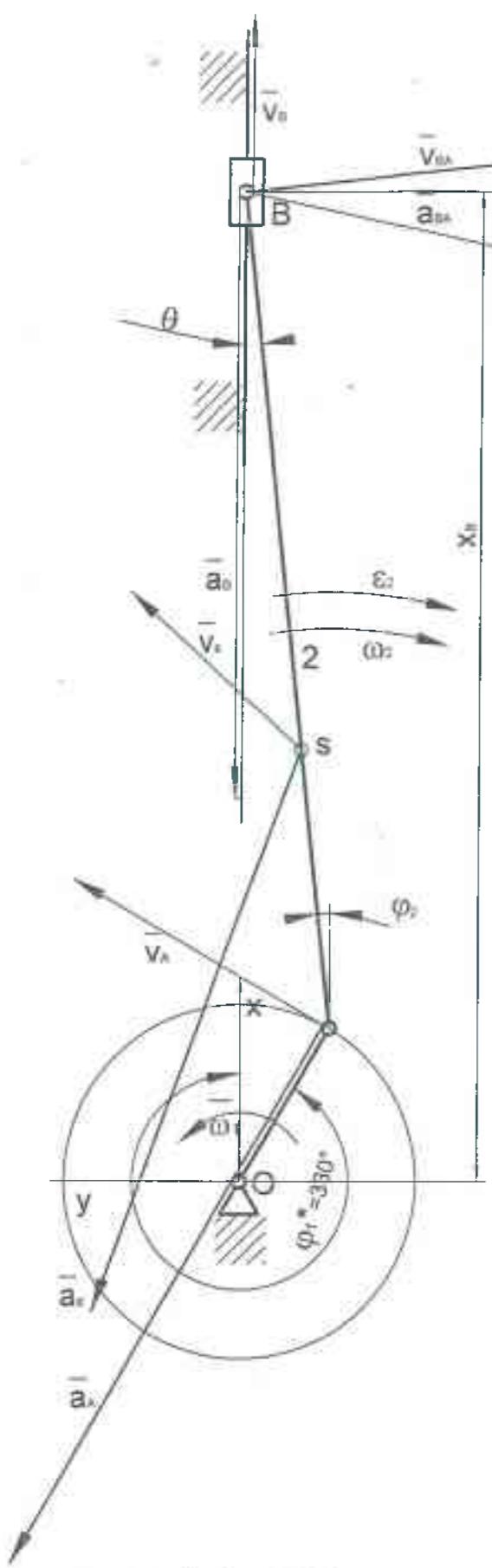
Elementul geometric	Formula de calcul sau indicația de adoptare		
<b>Date initiale privind definirea geometrică a danturilor angrenajului</b>			
Numerele de dinti $z_5$ și $z_6$		21	58
Unghiul de înclinare al dințiilor $\beta$		0	
Modulul (standardizat)	STAS 822-82	7	
Modulul normal $m_n$	STAS 822-82	7	
Modulul frontal $m_f$	$m_f = m_n / \cos \beta$	7	
Profilul de referință standardizat ( $\alpha_{0n}$ , $h^*_{an}$ , $c_0$ )	STAS 821-82	20°; 1; 0,25	
<b>Parametrii de bază ai roților dințate și angrenajului</b>			
$\alpha_0 = \alpha_{0n}$ ; $h^*_{an} = h^*_{ao}$ ; $c^*_{an} = c^*_{ao}$		20°; 1; 0,25	
Distanța între axe de referință	$a = m_f(z_6 - z_5)/2$	129,5	
Distanța între axe $a_w$	$a_w = \text{INT}(a + 1)$	130	
Unghiul de presiune în plan frontal $\alpha_t$	$\alpha_t = \arctg(\tan \alpha_n / \cos \beta)$	20°	
Unghiul de angrenare frontal $\alpha_{tw}$	$\alpha_{tw} = \arccos\left(\frac{a}{a_w} \cos \alpha_t\right)$	20,597°	

Coeficientul normal al diferenței deplasărilor de profil $x_{nd}$	$x_{nd} = \frac{z_6 - z_5}{2 \operatorname{tg} \alpha_t} (\operatorname{inv} \alpha_{tw} - \operatorname{inv} \alpha_t)$	0,072	
Stabilitatea coeficienților deplasărilor de profil ale roțiilor dintăte $x_1, x_2$	Mărimea $x_{nd}$ se repartizează pe cele două roți după criteriul admis, astfel încât să se respecte relația $x_{n2} - x_{n1} = x_{nd}$	0,25	0,25
Involuta unghiului de angrenare	$\operatorname{inv} \alpha_{tw} = 2 \frac{x_6 - x_5}{z_6 - z_5} \operatorname{tg} \alpha_n + \operatorname{inv} \alpha_t$	0,017	
Unghiul de angrenare	$\alpha_{tw} = \arg(\operatorname{inv} \alpha_{tw})$	20,597°	
Distanța între axe $\alpha_w$	$a_w = a \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tw}}$	130	
Diametrele de divizare	$d_{1(2)} = m_t \cdot z_{1(2)}$	147	406
Diametrele cercurilor de picior	$d_{f1} = d_1 - 2(h^*_{an} + c^*_{n1} - x_{n1})m$ $d_{f2} = d_2 + 2m_n(h^*_{an} + c^*_{n2} + x_{n2})$	133	427
Diametrele cercurilor de cap	$d_{a1} = d_1 + 2m_n(h^*_{an} + x_{n1} - \Delta l)$ $d_{a2} = d_2 - 2m_n(h^*_{an} - x_{n2})$	164,5	395,5
Diametrele cercurilor de rostogolire	$d_{w1(2)} = d_{1(2)} \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}}$	147,56	407,56
Diametrele cercurilor de baza	$d_{b1(2)} = d_{1(2)} \cdot \cos \alpha_t$	138,13	381,51
Unghiul de presiune frontal la capul dintelui	$\alpha_{ta1(2)} = \arccos \left[ \frac{d_{b1(2)}}{d_{a1(2)}} \right]$	32,88°	15,28°
Unghiul de înclinare pe cilindrul de bază	$\beta_b = \arcsin(\sin \beta \cdot \cos \alpha_t)$	0°	
Unghiul de inclinare pe cilindrul de cap	$\beta_a = \operatorname{arctg} \left( \frac{d_a}{d} \cdot \operatorname{tg} \beta \right)$	0°	
<b>Verificarea evitării fenomenelor negative specifice generării danturii</b>			
Verificarea lipsei subtăierii dintilor pinionului	$x_{n1} \geq x_{n1\min}$ Unde: $x_{n1\min} = h^*_{hn} - \frac{z_1 \cdot \sin^2 \alpha_t}{2 \cos \beta}$	0,25 > -0,228	
Coeficientul normal minim al profilului la limita subtăierii dintilor pinionului			
Verificarea lipsei ascuțirii dintilor pinionului.	$S_{an1} \geq 0,25 \cdot m_n$		
Arcul de cap normal al dintelui pinionului	$S_{an1} = \left[ \frac{0,5\pi + 2x_{n1} \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha_t}{z_1} + \right. \\ \left. + (\operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{ta1}) \right] \cdot d_{a1} \cos \beta_{a1}$	4,23 > 1,75	

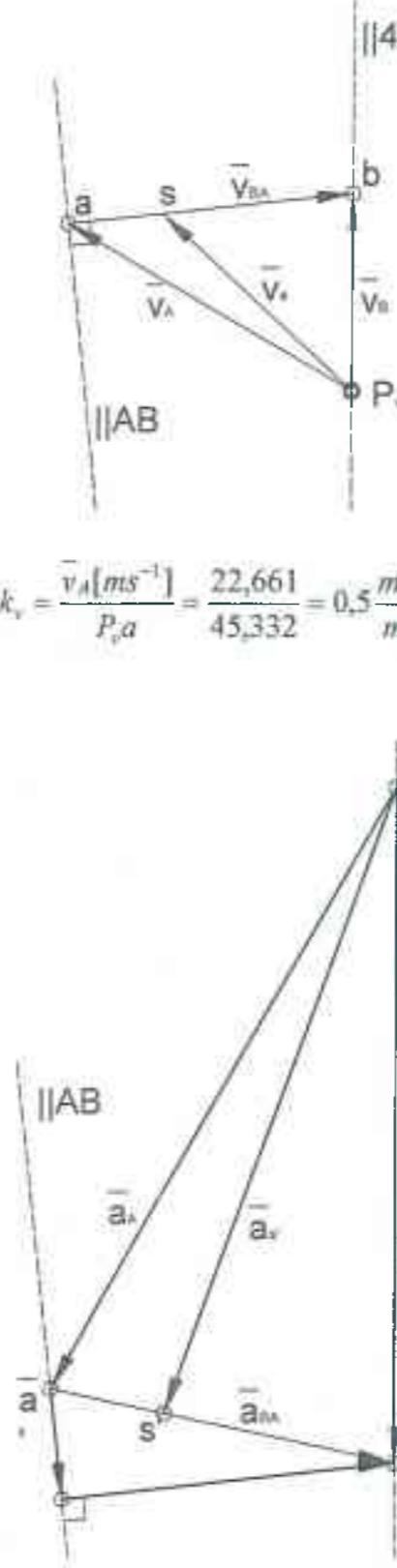
Verificarea lipsei ascuțirii dintilor roții conduse Arcul de cap normal al dintelui roții conduse.	$S_{an2} \geq 0,25 \cdot m_n$ $S_{an2} = \left[ \frac{0,5\pi - 2x_{n2} \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha_t}{z_2} + \right. \\ \left. + (\operatorname{inv} \alpha_{ta2} - \operatorname{inv} \alpha_t) \right] d_{a2} \cos \beta_{a2}$	6,15 > 1,75
<b>Verificarea condițiilor de evitare a subtăierilor de diferite tipuri care pot apărea la dintii roților cu danturi cilindrice interioare prelucrate cu cuțit roată.</b>		
Verificarea la subtăiere tip CAP.D-R2/CAP.D-CR	$H_s < 0$ unde : $h_s = 0,5 \sqrt{d_{b2}^2 + (a_{w0} \sin \alpha_{tw0})^2} - 0,5d_{a2}$	$-7,802 \cdot 10^4 < 0$
Semiuŋhiul arcului frontal de cap al dintelui roții cu dantură interioară.	$\psi_{ta2} = \frac{\pi}{2} - \frac{2x_{n2} \operatorname{tg} \alpha_n}{z_2} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{ta2}$	0,016
<b>Calculul parametrilor geometrici și cinematici calitativi, ai angrenajelor paralele interioare și (R1-roata1(pinionul), R2-roata 2 (cu dantură interioară))</b>		
Verificarea la interferență tip PIC.D-R1/CAP.D-R2	$\rho_{f1} \geq \rho_{l1}$ $\rho_{f1} = 0,5d_{b2} \operatorname{tg} \alpha_{ta2} - a_w \sin \alpha_{tw}$ $\rho_{l1} = 0,5d_1 \sin \alpha_t - \frac{h_{an}^* - x_{n1}}{\sin \alpha_t} m_n$	6,38 < 9,78
<b>Verificarea condiției de evitare a interferenței muchiilor de cap ale celor două roți</b>		
Parametrul auxiliar de calcul	$\chi_{12} = \frac{z_1}{z_2} \operatorname{inv} \alpha_{ta1} - \operatorname{inv} \alpha_{ta2} + \\ + (1 - \frac{z_1}{z_2}) \operatorname{inv} \alpha_{tw}$	0,014
Unghi auxiliar	$\mu = \arccos \left[ \frac{d_{a2}^2 - d_{a1}^2 - 4a_w^2}{4a_w d_{a1}} \right]$	1,569
Verificarea la interferență tip CAP.D-R1/CAP.D-R2	$v = \frac{Z_1}{Z_2} \mu - \arcsin \left( \frac{d_{a1}}{d_{a2}} \sin \mu \right) + \chi_{12}$	0,153
<b>Verificarea condiției de evitare a interferenței muchiilor de cap ale celor două roți la montarea în angrenaj prin deplasare radială a roților.</b>		
	Dacă $d_{a1}/d_{a2} < 1$ , atunci montajul radial nu este posibil și verificarea în continuare nu are sens	0,41 < 1
Parametru unghiular auxiliar	$\mu' = \sqrt{\frac{(d_{a1}/d_{a2})^2 - 1}{(z_2/z_1)^2 - 1}}$	0,849
Verificarea la interferență tip CAP.D-R1/CAP.D-R2/MONTAJ RADIAL	Dacă $\mu' > \mu$ , atunci interferența nu are loc și nu se mai fac verificări. Dacă $\mu' < \mu$ , atunci se continuă verificarea	0,849 < 1,569
Parametrul de criteriu interreferenței	$v' = \frac{z_1}{z_2} \mu' - \arcsin \left( \frac{d_{a1}}{d_{a2}} \sin \mu' \right) + \chi_{12}$	0,004

Verificarea la interferență tip CAP.D-R1/CAP.D-R2/MONTAJ RADIAL	Dacă $v > 0$ , atunci interferență de această spete nu are loc. Dacă $v < 0$ , atunci se continuă verificarea.	0,004>0	
Semiunghiul arcului frontal de cap al dintelui	$\psi_{ta1} = \frac{\pi}{2z_1} + \frac{2x_{n1} \operatorname{tg}\alpha_n}{z_1} + \operatorname{inv}\alpha_t - \operatorname{inv}\alpha_{a1}$	0,026	
Mărimi auxiliare	$\eta = \frac{z_1}{\pi} (\mu = \psi_{ta1})$ $\mu_x = \psi_{ta1} + \pi \cdot \frac{n_x}{z_1}$ În care $n_x$ reprezintă valoarea întreagă a valorii $n - 2 + x$ , unde $x=1,2,3,4$ .	—	
Parametrii de criteriu ai interferenței	$v_x = \frac{z_1}{z_2} \mu_x - \arcsin\left(\frac{d_{a1}}{d_{a2}} \sin \mu_x\right) + \chi_{12}$	—	
Verificarea la interferență tip CAP.D-R1/CAP.D-R2/MONTAJ RADIAL	Dacă toate valorile $v_x$ ( $x = 1,2,3,4$ ) sunt negative, atunci montajul radial nu este posibil.	—	
<b>Verificarea continuuității angrenării</b>			
Gradul de acoperire frontal	$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{a1}^2 - d^2 b_1} - \sqrt{d_{a2}^2 - d^2 b_2} + 2\alpha_w \sin \alpha_{tw}}{2\pi m_t \cos \alpha_t}$	1,852	
Gradul de acoperire axial	$\varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}$ $b = \psi_a \cdot a_w$ , unde $\psi_a = (0,2 - 0,6)a_w$ Se recomandă $\varepsilon_\beta \geq 1$	0	
Gradul de acoperire total $\varepsilon_\gamma$ , $\varepsilon_\gamma > 1,2$	$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$	1,852	
<b>Calculul dimensiunilor de măsurare ale danturilor</b>			
Unghiul de presiune frontal pe cilindrul de diametrul $d + 2x_n m_n$	$\alpha_{twN} = \arccos\left[\frac{z \cos \alpha_t}{z + 2x_n \cos \beta}\right]$	23,38°	21,30°
Numărul teoretic de dinți respectiv de goluri, pentru măsurarea lungimii peste dinți respectiv peste goluri	$N = \frac{z}{\pi} \left( \frac{\operatorname{tg}\alpha_{twN}}{\cos^2 \beta_b} - \frac{2x_n \operatorname{tg}\alpha_n}{z} - \operatorname{inv}\alpha_t \right)$	2,81	6,86
Numărul real de dinți, pentru năsurarea lungimi peste dinți/goluri	$N_{1(2)}$ reprezintă valoarea întreagă a mărimii $N+0,5$	3	7
Lungimea normală peste dinți/goluri	$W_{nN} = [\pi(N - 0,5) + 2x_n \operatorname{tg}\alpha_n z \cdot \operatorname{inv}\alpha_t] \cdot m_n \cos \alpha_n$	61,49	148,78

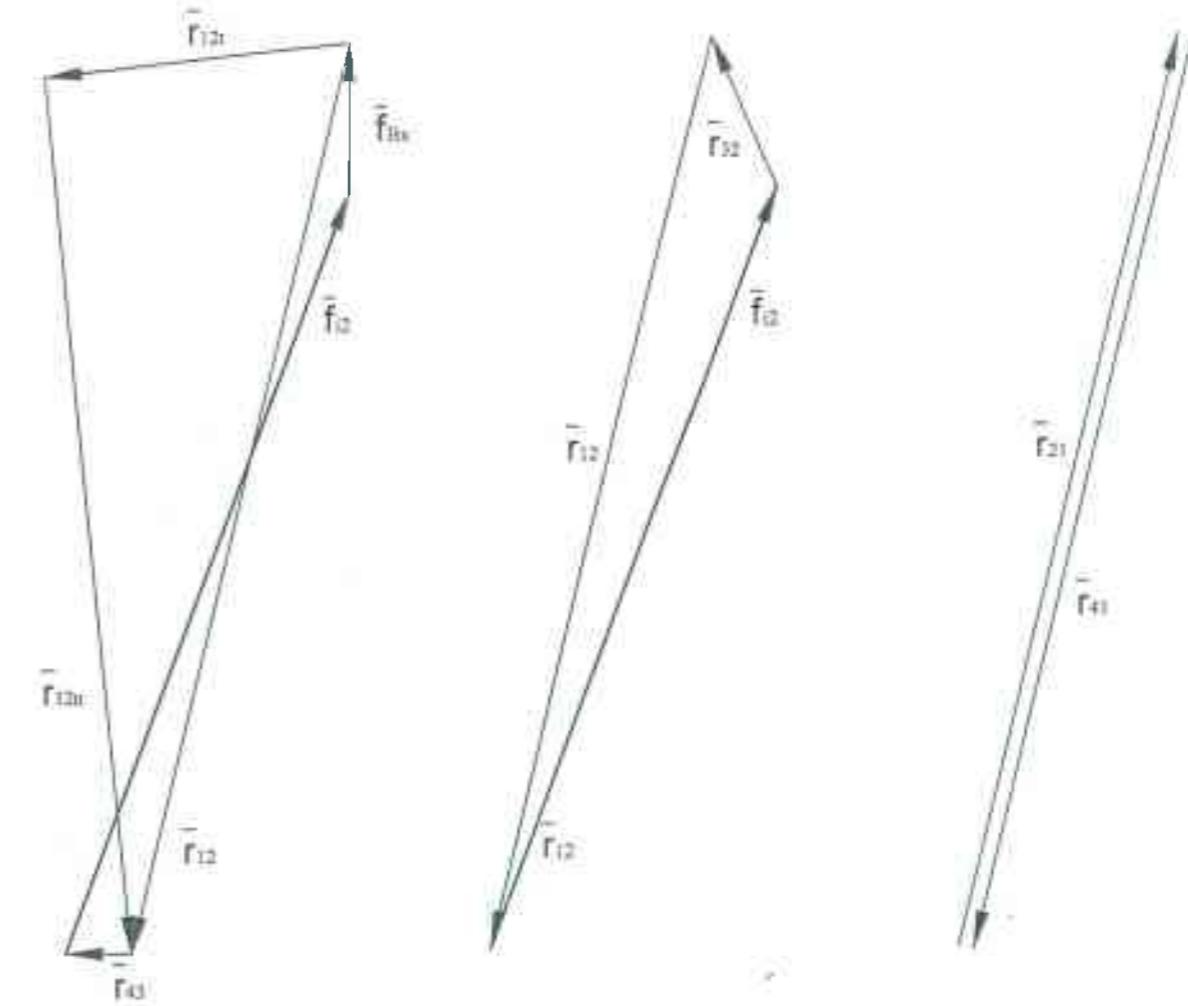
Verificarea încadrării punctelor de contact ale lungimii $W_{nN}$ pe flancurile evolventice ale danturii	$\rho_{f1} < 0,5W_{nN}/\cos \beta < \rho_{a1}$ $\rho_{f2} < 0,5W_{nN}/\cos \beta < \rho_{a2}$ În care:	11,62 < 30,74 < 42,11	
Raza de curbură a profilului frontal în punctul de intrare/iesire din angrenare	$\rho_{f1} = 0,5d_{b2}\operatorname{tg}\alpha_{ta2} - a_w \sin \alpha_{tw}$ $\rho_{f2} = 0,5d_{b1}\operatorname{tg}\alpha_{ta1} + a_w \sin \alpha_{tw}$	11,62	128,23
Raza de curbură a profilului la capul dintelui	$\rho_{a1(2)} = 0,5d_{b1(2)}\operatorname{tg}\alpha_{ta1(2)}$	44,66	51,12
Verificarea măsurabilității dimensiunii $W_{nN1(2)}$	$b \geq WnN1(2)\cos \beta_b + (2...5)mm$	3380 > 63,49	3380 > 150,78
Coarda constantă normală a dintelui	$\bar{S}_{cn1} = (\frac{\pi}{2}\cos^2 \alpha_n + x_{n1} \sin 2\alpha_n)m_n$ $\bar{S}_{cn2} = (\frac{\pi}{2}\cos^2 \alpha_n - x_{n2} \sin 2\alpha_n)m_n$	10,83	8,58
Verificarea condițiilor de măsurare ale coardei constante	$\rho_{ts1} > \rho_{f1}$ $\rho_{ts2} < \rho_{f2}$ În care:	30,9 > 6,38	64,86 < 90,39
Razele de curbură ale profilului frontal în punctele care definesc coarda constantă	$\rho_{ts1} = 0,5(d_{b1}\operatorname{tg}\alpha_t + \bar{S}_{cn1} \frac{\cos \beta_{b1}}{\cos \alpha_n})$ $\rho_{ts2} = 0,5(d_{b2}\operatorname{tg}\alpha_t - \bar{S}_{cn2} \frac{\cos \beta_{b2}}{\cos \alpha_n})$	30,90	64,86
Înălțimea la coarda constantă a dintelui	$\bar{h}_{cn1} = 0,5(d_{a1} - d_1 - \bar{S}_{cn1}\operatorname{tg}\alpha_n)$ $\bar{h}_{cn2} = 0,5(d_2 - d_{a2} - \bar{S}_{cn2}\operatorname{tg}\alpha_n)$	6,778	3,68



$$k_f = \frac{l_{real}[m]}{l_{app}[mm]} = \frac{0,256}{128} = 0,002 m/mm$$



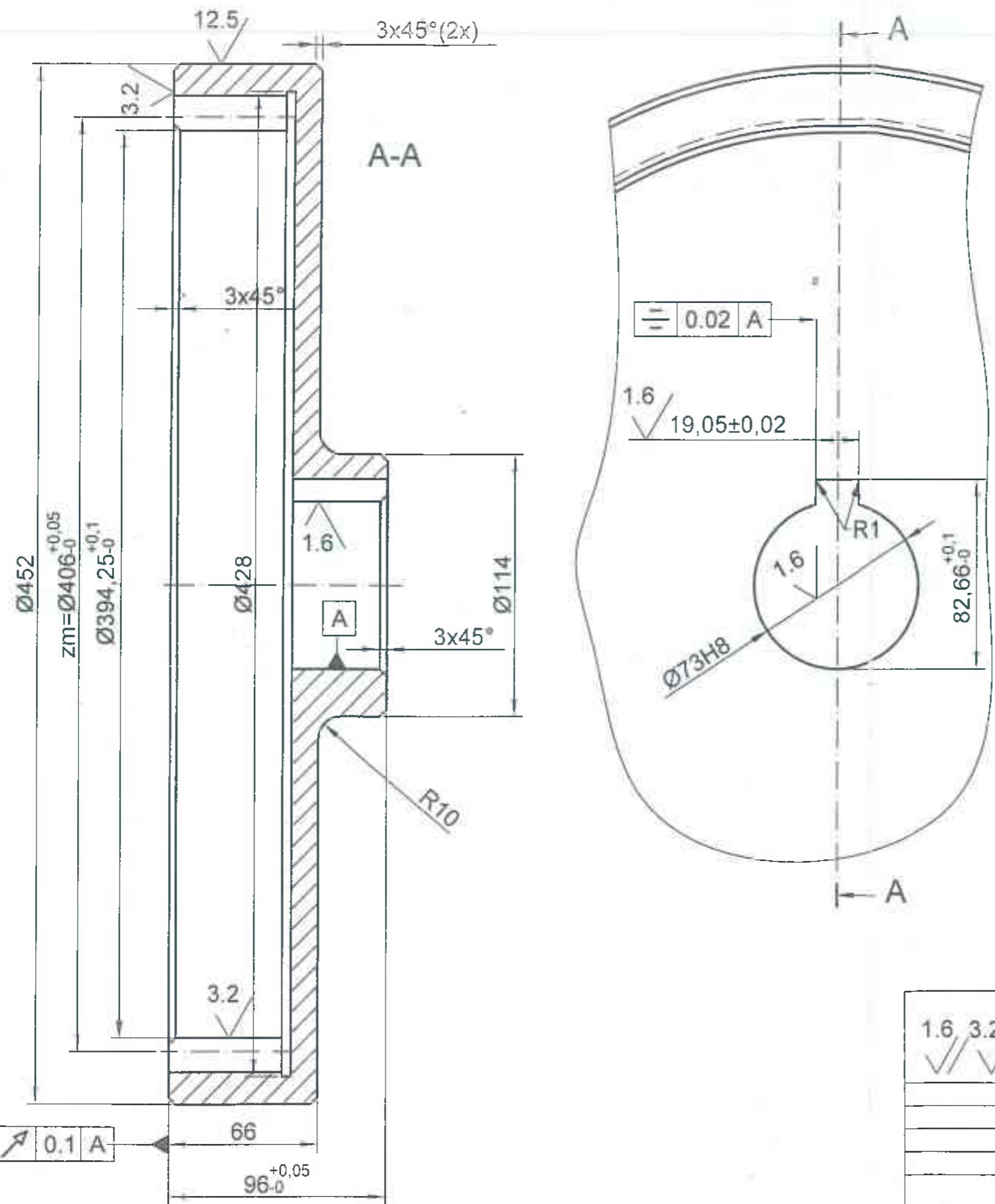
$$k_v = \frac{\bar{v}_s[m s^{-1}]}{P_s a} = \frac{22,661}{45,332} = 0,5 \frac{m/s}{mm}$$



$$k_f = \frac{F_{12}[daN]}{f_{12}[mm]} = \frac{2143,9}{107,1945} = 20 \frac{daN}{mm}$$

Mecanismul manivela piston.

Analiza cinetostatica.  
Metoda grafo-analitica



Numarul de dinti	58
Modulul normal	7
Cremaliera de referinta	20°-1-0,20
Deplasarea specifica	+0,25
Inaltimea dintelui	14,99
Clasa de precizie	9
Diametrul de divizare	406
Lungimea peste 6 dinti	130±0,25
Toleranta la variatia lungimii peste 6 dinti	0,05
Distanta intre axe	130±0,25
Roata conjugata	Numarul de dinti
	Numarul desenului

### **Conditii tehnice:**

- 1.Tolerante STAS 2300-88
  - 2.Muchiile ascutite se vor tesi  $0.5+45^\circ$

