

Universitatea Tehnică „Gheorghe Asachi” din Iași

Facultatea de Mecanică

ANALIZA EXPERIMENTALĂ A TENSIUNILOR

Îndrumar de laborator

(Master DETIM I)

Bârsănescu Paul-Doru

Morăraș Ciprian-Ionuț

LUCRAREA nr. 1

INSTALAREA TRADUCTOARELOR ELECTROTENSOMETRICE REZISTIVE

Traductoarele electrotensometrice rezistive (TER), numite impropriu și "mărci tensometrice", trebuie să fie lipite corect pe piesa de încercat și circuitul electric trebuie să fie realizat corect, astfel încât semnalul de ieșire să fie într-adevăr proporțional cu alungirile specifice din piesă, în locul instalării traductorului. Pentru realizarea acestor obiective, tehnologia instalării TER trebuie să parcurgă etapele prezentate pe scurt în cele ce urmează.

1. Pregătirea suprafeței

Scopul acestei etape, și anume realizarea unei suprafețe curate, având o rugozitate corespunzătoare, cu un pH neutru și trasarea reperelor pentru poziționarea TER, se atinge în etapele prezentate mai jos. Se vor respecta indicațiile producătorului TER, dacă acestea sunt diferite.

Curățarea suprafeței

Cu ajutorul unui solvent adecvat (alcool izopropilic, acetonă etc.), îmbibat în vată medicinală, se îndepărtează toate urmele de grăsime și ulei de la suprafața piesei (fig. 1a). Se trece vata peste suprafața piesei o singură dată, într-un sens, după care se aruncă. Se repetă operația până vata rezultă perfect curată.

Abraziunea suprafeței

În acest scop se utilizează hârtie abrazivă (șmirghel), care se apasă cu o forță moderată pe suprafața piesei și se mișcă în cercuri. Se începe cu o hârtie abrazivă cu granulația 320, iar la sfârșit se utilizează una cu granulația 400 (Fig 1b).

Trasarea reperelor

În acest scop se utilizează o riglă curată și un creion dur (min. 2H) sau o mină de pix goală, care nu scrie, dar lasă o urmă lucioasă pe piesă. De obicei se trasează un reper în cruce, pentru poziționarea TER, cu ajutorul reperelor de pe suportul traductorului. Liniile trasate cu creionul trebuie să intre cât mai puțin sub suportul TER, pentru a nu contamina adezivul.

Curățarea suprafeței

Se repetă operațiile de la paragraful cu același titlu. Se va evita atingerea zonei care nu a fost curățată anterior.

Condiționare/Neutralizare

Aceasta este o etapă recomandată pentru anumiți adezivi. Pe locul în care se va lipi TER se depune o singură picătură de *Conditioner* (soluție cu pH slab acid), se lasă câteva secunde și apoi se îndepărtează cu vata. Se repetă operația cu *Neutralizator* (soluție cu pH slab bazic).

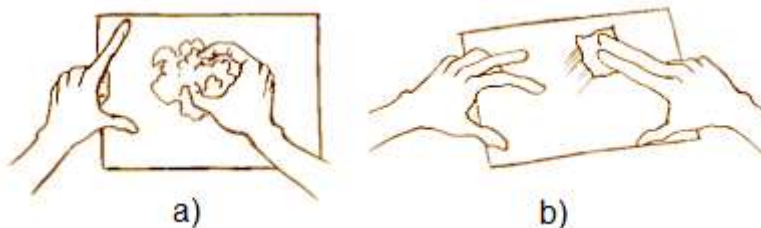


Fig. 1. Curățarea (a) și abraziunea suprafeței (b)

2. Lipirea TER

În acest scop se utilizează adezivul recomandat de producătorul TER, cum ar fi: M Bond 200 (Micro Measurements), Z70 (HBM) etc. Se parcurg următoarele etape:

- TER se prinde de un colț cu o penseta (înafara grilei și a terminalelor de lipire) și nu se atinge cu mâna (fig. 2a);
- Se transferă TER pe o bandă adezivă transparentă, fiind lipit pe partea grilei. Alături de TER, de partea conecatoarelor acestuia, la

o distanță de 3-4mm, se transferă pe bandă și un conector pentru atașarea conductoarelor.

- Se poziționează TER (utilizând marcajele de pe TER și respectiv de pe piesă), lipind banda pe piesă. Se dezlipește parțial banda, care rămâne cu un capăt lipit pe piesă (fig. 2b, 2c și 2e);
- Se aplică o picătură de accelerator pe suprafața dorsală a TER;
- Se aplică o picătură de adeziv pe piesă;
- Se lipește toată banda cu TER pe piesă, având grijă să fie permanent perfect întinsă;
- Imediat după lipirea benzii se apasă puternic cu degetul mare asupra TER, prin intermediul unei benzi de teflon (care nu se lipește cu acest adeziv). Degetul face câteva mișcări de rulare în lungul TER, pentru a îndepărta excesul de adeziv de dedesubt, apoi se ține apăsat ferm cel puțin un minut. Presiunea și căldura accelerează polimerizarea adezivului.
- Se îndepărtează banda de teflon;
- Se dezlipește un capăt al benzii adezive. Se îndepărtează cu atenție banda, trăgând ușor pe direcție la 180° (fig. 2d).

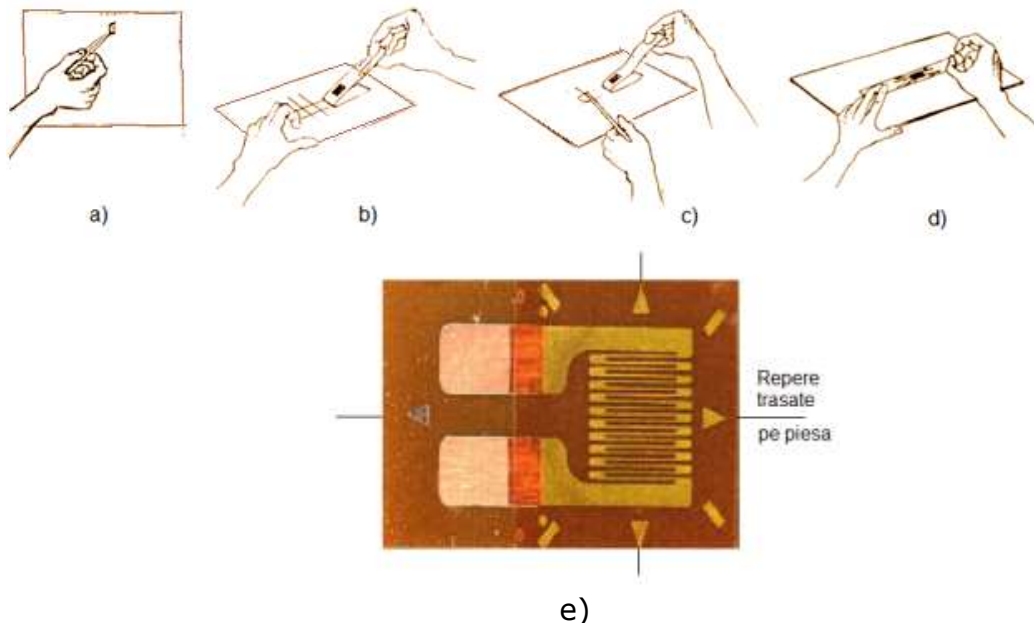


Fig. 2. Fazele lipirii TER

3. Atașarea conductoarelor:

- Se taie, la lungime dorită, bucăți de conductor trifilar lițat (destinat măsurărilor cu TER). Astfel există garanția că toate cele 3 fire au exact aceeași lungime;
- Se dezizolează la un capăt, pe o porțiune de 20-30mm;
- Se desprinde o singură liță din mănunchi și restul se îndoaie la 180°;
- Se cositorește lița și separat mănunchiul;
- Se poziționează conductoarele în vederea cositoririi, cu ajutorul unor bucăți de bandă adezivă;
- Se cositoresc terminalele TER, cu ajutorul unui letcon termostatat (pentru a evita supraîncălzirea). Letconul se ține aplecat (la un unghi ascuțit față de suprafața TER) și nu va fi în contact cu TER mai mult de 2-3 secunde, după care se așteaptă puțin înainte de a atinge din nou suprafața TER. Pentru a evita supraîncălzirea, grila TER se protejează cu o folie de teflon pe durata cositoririi (fig. 3);
- Vârful liței se îndoaie, făcând o mică buclă (pentru a evita introducerea de tensiuni mecanice în cazul variațiilor de temperatură) și se lipește la un terminal TER, iar restul mănunchiului de lițe se lipește la conectorul alăturat (fig. 4);
- Se curăță zona TER cu un solvent indicat de producător, pentru îndepărtarea excesului de adeziv. Se îndepărtează apoi benzile adezive care au fixat conductorul de piesă;
- Se fixează conductoarele de piesă cu benzi adezive de rezistență, în vederea protejării TER în cazul în care se trage accidental de conductoare.

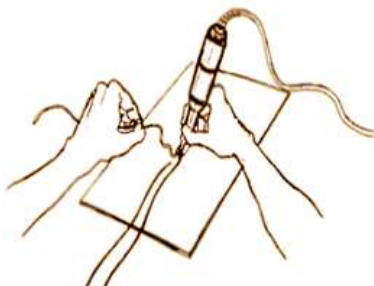


Fig. 3. Cositorirea conductoarelor

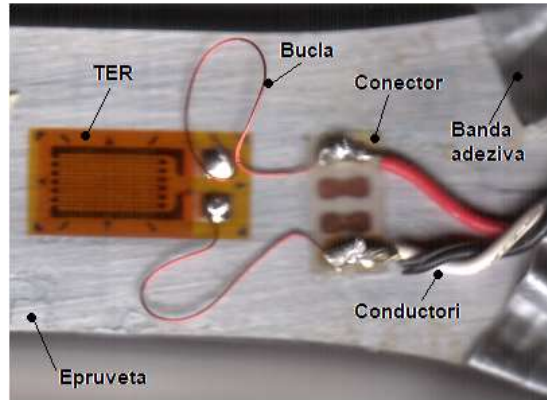


Fig. 4. TER montat pe o epruvetă

4. Montarea TER în punte Wheatstone

Deoarece variația rezistenței TER este foarte mică, traductoarele se montează în punte Wheatstone, pentru mărirea preciziei măsurărilor. Tensiunea de ieșire a punții este egală cu (fig. 5):

$$V_0 = \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) V_{EX}$$

Puntea este echilibrată atunci când este îndeplinită egalitatea

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \rightarrow V_0 = 0$$

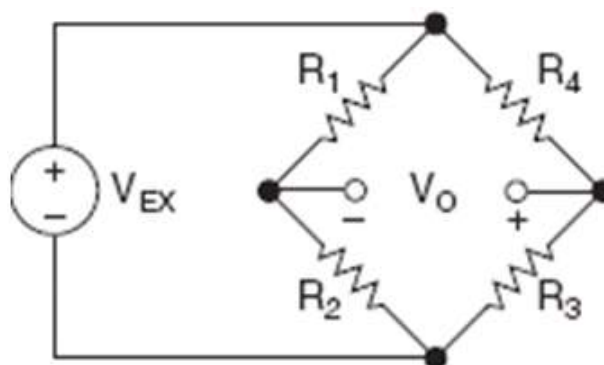


Fig. 5. Puntea Wheatstone

Când o rezistență dintr-un braț al punții este înlocuită cu un TER, se realizează un montaj tip sfert de punte (fig. 6). Ca urmare a încălzirii piesei rezistența nominală R_G a TER se modifică cu cantitatea

$$\Delta R = R_G \cdot k \cdot \varepsilon$$

unde

k = factorul TER (indicat de pachet);

ε = alungirea specifică medie din piesa, în zona de sub grila TER.

Când

$$R_1 = R_2; \quad R_3 = R_G$$

Este valabilă relația

$$\frac{\Delta V_0}{V_{EX}} = \frac{k\varepsilon}{4} \left(\frac{1}{1 + \frac{k\varepsilon}{2}} \right) \approx \frac{k\varepsilon}{4}$$

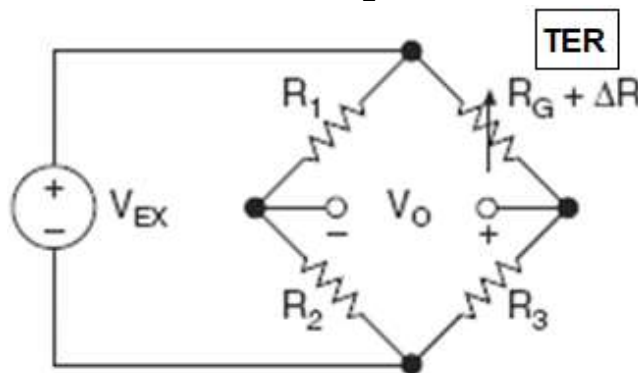


Fig. 6. Montaj în sfert de punte

Bibliografie

1. Avril J. (ed.), Encyclopédie Vishay d'analyse des contraintes, Paris, 1984
2. Mocanu D.R. (ed.), Analiza experimentală a tensiunilor, vol. 1,2, Ed. Tehnică, București, 1977

LUCRAREA nr. 2

DETERMINĂRI TENSOMETRICE PE O GRINDĂ ÎNCĂRCATĂ CU O FORȚĂ ȘI UN MOMENT

1. Scopul lucrării

Lucrarea are drept scop determinarea, cu ajutorul traductoarelor electrotensometrice rezistive (TER), a tensiunilor dintr-o grindă elastică încărcată cu o forță și un moment și compararea acestor tensiuni cu cele calculate analitic.

2. Considerații generale

Tensiunile care apar în corpurile solide ca urmare a încărcării acestora pot fi determinate prin metode analitice, numerice (Analiza cu Elemente Finite etc.) sau experimentale. Aceste metode sunt utilizate *împreună* pentru realizarea unor produse de calitate superioară. Structurile complexe sunt proiectate cu ajutorul AEF. Un prototip sau chiar primul produs din serie sunt testate și în timpul funcționării se fac măsurări complexe, între care și determinări tensometrice. Tensometria electrică rezistivă este o metodă fundamentală a Analizei Experimentale a Tensiunilor. Datorită calităților sale, ea este cea mai utilizată.

3. Noțiuni teoretice

Pentru mărirea preciziei măsurărilor, traductoarele electrotensometrice rezistive (TER), numite impropriu și *mărci tensometrice*, se montează în punte Wheatstone. Semnalul de ieșire al punții este proporțional cu alungirea specifică ε a grilei TER:

$$\frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon$$

unde R este rezistența inițială a traductorului, ΔR variația acesteia și k factorul TER (uzual $k \approx 2$). Cu ajutorul legii lui Hooke se poate calcula apoi tensiunea normală

$$\sigma = E\varepsilon$$

Se cunosc mai multe moduri de legare a traductoarelor în punte: în sfert de punte (cu un TER este legat la un braț al punții), în semipunte (doua TER sunt conectate în brațe adiacente) sau punte completă (TER sunt conectate la toate cele patru brațe ale punții). Ultimele două montaje prezintă avantajul compensării erorilor introduse de variația temperaturii pe durata măsurărilor. Montajul în semipunte (Fig. 1) poate fi realizat în două variante: cu un TER activ și unul de compensare (care este supus numai la variații de temperatură, în lipsa încărcărilor) și cu două TER active. În acest ultim caz un TER trebuie să fie supus la tracțiune și unul la compresiune, cu tensiuni egale în modul. Semnalele din brațele adiacente ale punții Wheatstone se scad, cele din brațele opuse se adună. În consecință, la montajul în semipunte cu două TER active se citește un semnal de ieșire

$$\varepsilon_{citit} = \varepsilon_{TER1} - \varepsilon_{TER2}$$

$$\varepsilon_{citit} = (\varepsilon_m + \varepsilon_t) - (-\varepsilon_m + \varepsilon_t) = 2\varepsilon_m$$

unde ε_m este semnalul produs de încărcările mecanice, iar ε_t cel produs de variația temperaturii. Se observă că semnalul citit este de două ori mai mare decât cel produs de încărcări, cu alte cuvinte la acest montaj se produce o dublare a sensibilității, ceea ce conduce la creșterea preciziei măsurărilor.

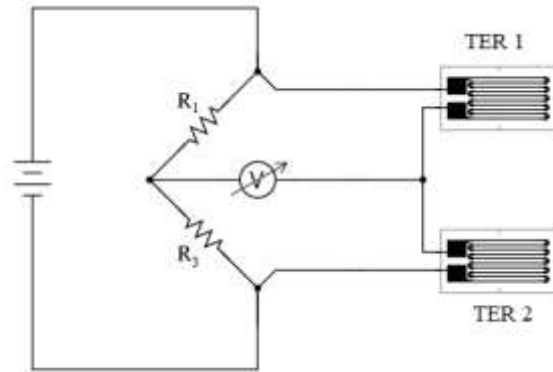


Fig. 1. Montarea TER în semipunte: R1, R3-rezistențe interne; V- milivoltmetru

Tensiunile și alungirile din fibrele extreme ale unei bare supuse la încovoiere se determină cu formula lui Navier și respectiv cu legea lui Hooke

$$\sigma(x) = \frac{M_z(x)}{W_z}; \quad \varepsilon(x) = \frac{\sigma(x)}{E}$$

Pentru o bară cu secțiunea dreptunghiulară, momentul de inerție axial și modulul de inerție sunt

$$I_z = \frac{bh^3}{12}; \quad W_z = \frac{bh^2}{6}$$

unde b este lungimea laturii care este paralelă cu axa Oz.

4. Determinări experimentale

Se utilizează o bară cotită (cadru) static determinată, formată dintr-un element elastic și unele rigide, montată în consolă. Pe fața superioară a elementului elastic sunt montate două TER, care vor fi legate în semipunte. După echilibrarea punții se încarcă cadrul. Incercarea constă în aplicarea unei forțe statice (prin adăugarea de greutăți) și măsurarea semnalului de ieșire. Deoarece la acest montaj semnalul de ieșire este

proporțional cu dublul alungirii specifice de la mijlocul grilei TER, se va considera $\frac{1}{2}\varepsilon_{citit} \times 10^{-6}$.

4.1. Echipamente, dispozitive

Bara cotită este formată dintr-un element elastic (din aliaj de Al) și unul de oțel (considerat rigid), asamblate prin șuruburi (Fig. 2). Asupra barei rigide se aplică forța F .

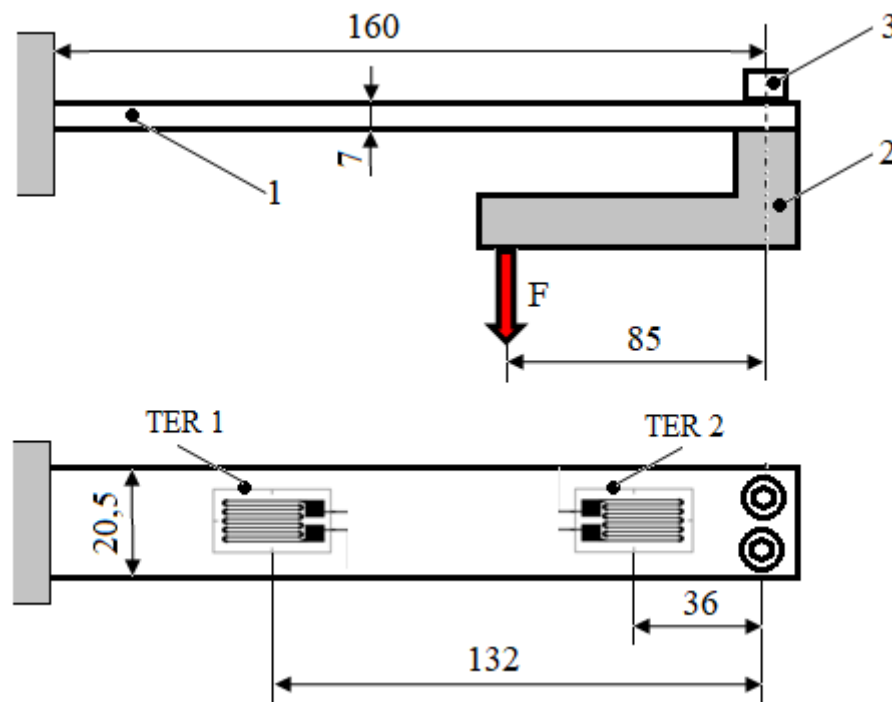


Fig. 2. Cadru în consolă, cu două traductoare electrotensometrice rezistive (TER): 1-grindă elastică (aliaj Al); 2-bară cotită rigidă (otel); 3-șuruburi

4.2. Epruveta

Epruveta supusă la teste nedistructive este bara elastică A-B, pe care s-au lipit două TER. Schematizarea cadrului este prezentată în Fig. 3. Pentru schematizarea din Fig. 3c s-au calculat reacțiunile

$$V_A = F; \quad M_A = F(L - l)$$

Momentul încovoietor este

$$M_z(x) = Fx - F(L - l)$$

Se scrie ecuația axei geometrice deformată

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M_z(x)}{EI_z}$$

unde v este săgeata.

S-a considerat originea în încastrare deoarece constantele care rezultă ca urmare a integrării ecuației diferențiale de mai sus sunt egale cu săgeata și rotirea în origine, care în acest caz sunt nule. Ținând cont că rotirea secțiunii $\varphi(x)$ este

$$\frac{dv}{dx} \approx \varphi(x)$$

după integrarea ecuației diferențiale se obține succesiv

$$\varphi(x) = \frac{F}{2EI_z} [-x^2 + 2(L - l)x]$$

$$v(x) = \frac{F}{6EI_z} [-x^3 + 3(L - l)x^2]$$

În Fig. 4 se prezintă axa geometrică deformată (variația săgeții funcție de x). Se observă că aceasta are forma literei S răsturnată, adică pe aceeași față a grinzii avem o porțiune comprimată (la interiorul curburii) și una întinsă (la exteriorul curburii). În consecință, cele două TER pot fi lipite pe fața superioară sau inferioară a grinzii (Fig. 2).

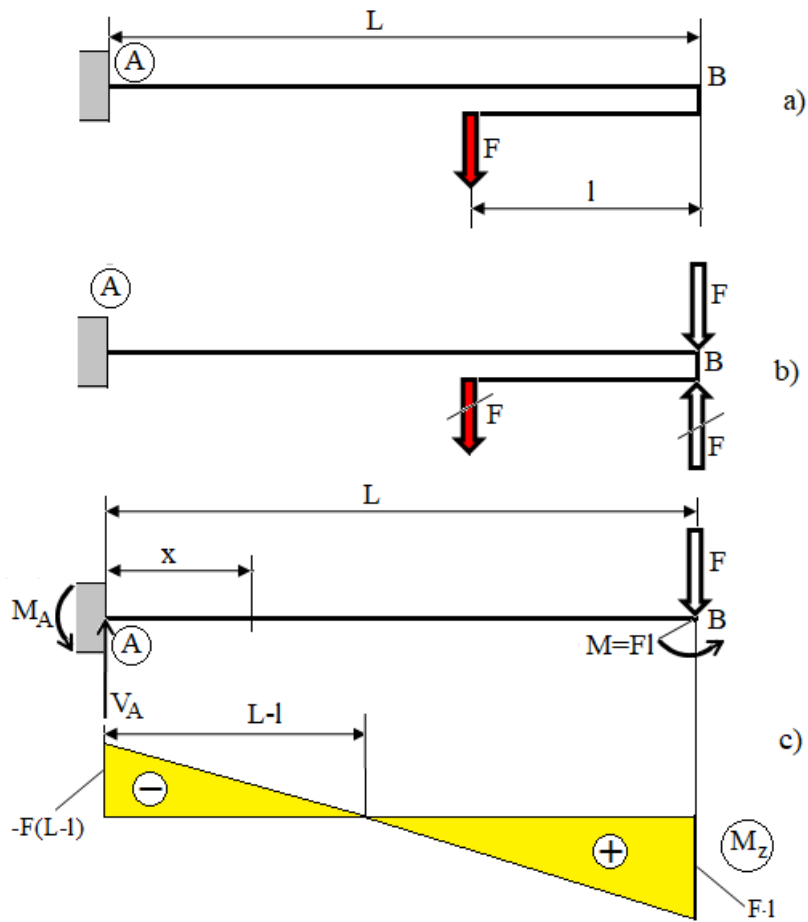


Fig. 3. Reprezentări schematizate: a) încărcarea sistemului; b) reducerea forței la nodul B; c) încărcarea grinzii elastice și diagrama de moment încovoietor M_z

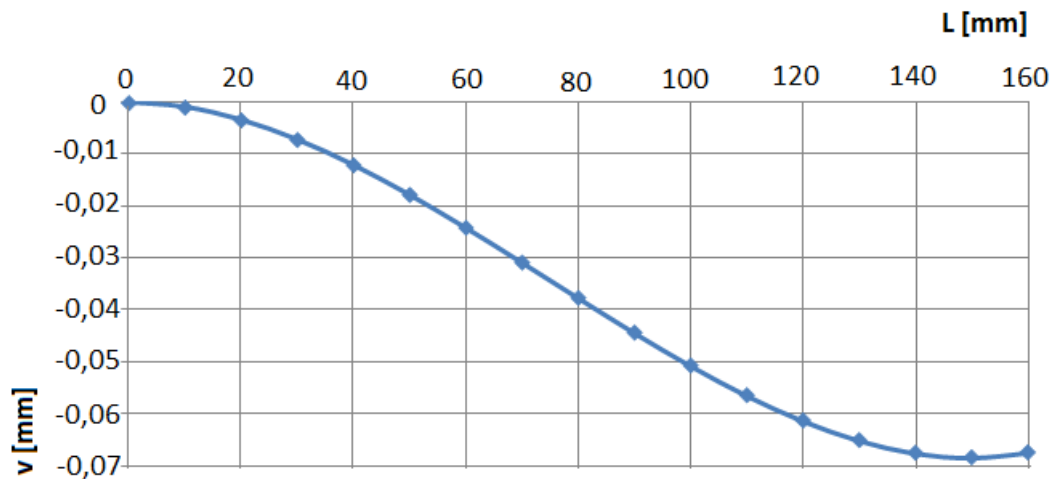


Fig. 4. Variația săgeții pe lungimea grinzii, pentru $F=10N$
(încăstrarea este în origine)

4.4. Prelucrarea datelor experimentale

Datele măsurate și calculate se trec în Tab. 1. Tensiunile la mijlocul grilei celor doua traductoare σ_{TER1} și σ_{TER2} se calculează în doua moduri:

- utilizând alungirea specifică ϵ măsurată cu fiecare TER și legea lui Hooke, acestea fiind numite în continuare „tensiuni măsurate” (σ^m);
- cu relația lui Navier, care sunt numite în continuare „tensiuni calculate” (σ^c).

Tab. 1. Sinteza rezultatelor

Test	Material	Dimensiuni și caracteristici geometrice ale secțiunii epruvetei				F [N]	ε măsurat [×10 ⁻⁶]		σ măsurat și calculat [MPa]			
									TER1		TER2	
		b [m]	h [m]	I _z [mm ⁴]	W _z [mm ³]		ε _{TER1}	ε _{TER2}	σ _{TER1} ^m	σ _{TER1} ^c	σ _{TER2} ^m	σ _{TER2} ^c
1	Aliaj Al											

Pentru fiecare TER se calculează apoi abaterile relative dintre tensiunile măsurate și cele calculate

$$e = \frac{\sigma^m - \sigma^c}{\sigma^c} 100\%$$

În tensometria electrică rezistivă se admit abateri relative de până la ±5%.

5. Concluzii

Încercarea nedistructivă a unei grinzi încărcată cu o forță și un moment, pe care s-au lipit două traductoare rezistive, demonstrează modul de funcționare a montajului în semipunte cu două TER active. Datorită faptului că axa geometrică a barei deformate are forma literei S, cele două traductoare pot fi lipite pe aceeași față a grinzii, unul fiind solicitat la tracțiune și celălalt la compresiune. Puntea Wheatstone formată astfel poate fi echilibrată și montajul compensează erorile introduse de variațiile de temperatură.

Bibliografie

[1] Bârsănescu P.D., Ciobanu O., *Rezistența materialelor*, vol. 1, ediția a 2-a, Ed. „Gheorghe Asachi”, Iași, 2001

[2] Mocanu D.R. (ed.), *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1, Ed. Tehnică, București, 1977

FIȘA LUCRĂRII DE LABORATOR
DETERMINĂRI TENSOMETRICE PE O GRINDĂ
ÎNCĂRCATĂ CU O FORȚĂ ȘI UN MOMENT

1. Standarde de referință (sau referințe bibliografice)

- [1] Bârsănescu P.D., Ciobanu O., *Rezistența materialelor*, vol. 1, ediția a 2-a, Ed. „Gheorghe Asachi”, Iași, 2001
[2] Mocanu D.R. (coord.), *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1, Ed. Tehnică, București, 1977

2. Echipamente și dispozitive

Dispozitivul folosit materializează o bară cotită (cadru) în consola, având un sigur element elastic și celelalte rigide. Pe fața superioară a grinzii elastice sunt lipite doua traductoare electrotensometrice rezistive (TER) montate în semipunte. Încărcarea cadrului se face cu greutateți.

2. Epruveta

Epruveta supusă la teste nedistructive este bara elastică A-B, pe care s-au lipit două TER. Grinda în consolă este încărcată cu o forță F și un moment M .

3. Caracteristici (mărimi) determinate

Tensiunile și alungirile specifice din fibrele extreme ale unei bare supuse la încovoiere se determină cu formula lui Navier și respectiv cu legea lui Hooke

$$\sigma(x) = \frac{M_z(x)}{W_z}; \quad \varepsilon(x) = \frac{\sigma(x)}{E}$$

Pentru o bară cu secțiunea dreptunghiulară, momentul de inerție axial și modulul de inerție sunt

$$I_z = \frac{bh^3}{12}; \quad W_z = \frac{bh^2}{6}$$

unde b este lungimea laturii care este paralelă cu axa Oz.

Tensiunile la mijlocul grilei celor doua traductoare σ_{TER1} și σ_{TER2} se calculează în doua moduri:

- utilizând alungirea specifică ε măsurată cu fiecare TER și legea lui Hooke, acestea fiind numite în continuare „tensiuni măsurate” (σ^m);
- cu relația lui Navier, care sunt numite în continuare „tensiuni calculate” (σ^c).

5. Rezultate

Datele măsurate și calculate se trec în Tab. 1. Pentru fiecare TER se calculează apoi abaterile relative dintre tensiunile *măsurate* și cele *calculate*

$$e = \frac{\sigma^m - \sigma^c}{\sigma^c} 100\%$$

În tensometria electrică rezistivă se admit abateri relative de până la $\pm 5\%$.

Tab. 1. Sinteza rezultatelor

Test	Material	Dimensiuni și caracteristici geometrice ale secțiunii epruvetei				F [N]	ε măsurat [$\times 10^{-6}$]		σ măsurat și calculat [MPa]			
		b [m]	h [m]	I_z [mm ⁴]	W_z [mm ³]		ε_{TER1}	ε_{TER2}	TER1		TER2	
									σ_{TER1}^m	σ_{TER1}^c	σ_{TER2}^m	σ_{TER2}^c
1	Aliaj Al											

6. Concluzii

Încercarea nedistructivă a unei grinzi încărcată cu o forță și un moment, pe care s-au lipit două traductoare rezistive, demonstrează modul de funcționare a montajului în semipunte cu două TER active. Datorită faptului că axa geometrică a barei deformate are forma literei S, cele două traductoare pot fi lipite pe aceeași față a grinzii, unul fiind solicitat la tracțiune și celălalt la compresiune. Puntea Wheatstone formată astfel

poate fi echilibrată și montajul compensează erorile introduse de variațiile de temperatură.

Data:

STUDENT,
Numele și prenumele /Grupa
Semnătura

Lucrarea 3

MĂSURĂRI TENSOMETRICE PE O GRINDĂ, CUNOSCÂND SĂGEATA MAXIMĂ

În cadrul acestei lucrări se vor face măsurări pe o grindă în consolă (în acest scop se utilizează dispozitivul de calibrare a lacurilor fotoelastice PSC-1), pe care se lipește un TER (marcă tensometrică) cu o singură grilă, (fig. 1). Grinda este confecționată din aliaj de aluminiu 2024-T6, cu modulul de elasticitate $E=72,4$ GPa și are dimensiunile secțiunii transversale $b=25,4$ mm și $h=6,35$ mm.

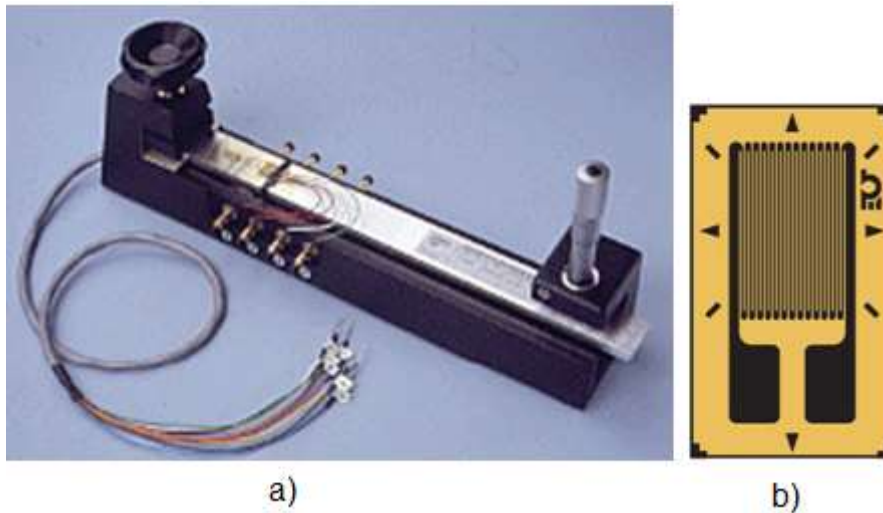


Fig. 1. . Dispozitivul de calibrare PSC-1 (Micro-Measurements) a) și marca tensometrică b)

Calculul deplasărilor

Reacțiunile din încastrare sunt $V=F$ și $M=FL$, iar momentul încovoietor în secțiunea x este (fig. 2):

$$M_z(x) = Fx - FL$$

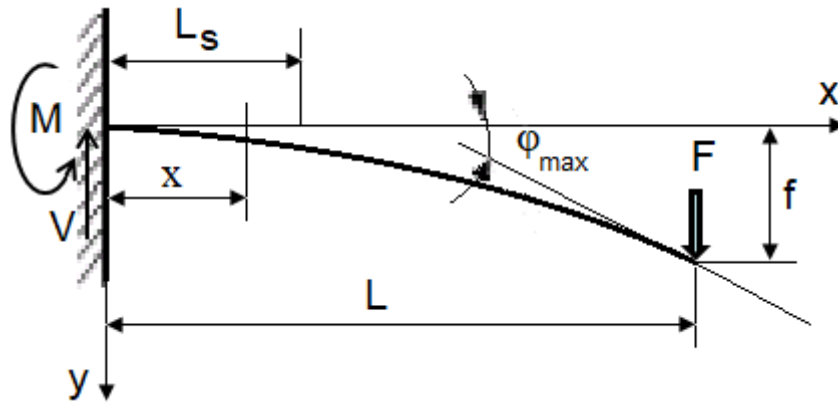


Fig. 2. Grinda în consolă, încărcată cu forța F (necunoscută)

Ecuția axei neutre deformată este

$$EI_z \frac{d^2v}{dx^2} = -M_z(x)$$

unde

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

v = deplasarea pe direcția axei y ;

E = modulul de elasticitate (Young).

Înlocuind momentul și integrând de două ori ecuația axei neutre deformată, se obține succesiv

$$EI_z \frac{dv}{dx} \approx EI_z \varphi = -F \left(\frac{x^2}{2} - Lx \right) + C$$

$$EI_z v = -F \left(\frac{x^3}{6} - L \frac{x^2}{2} \right) + Cx + D$$

Constantele de integrare C și D reprezintă săgeata și rotirea în origine și se obțin punând condiții la limită ($x = 0 \rightarrow v = 0; \varphi = 0$). Deoarece originea sistemului este în încastrare, rezultă $C=D=0$. Înlocuind constantele de integrare în ecuațiile de mai sus, rezultă

$$EI_z \varphi = -F \left(\frac{x^2}{2} - Lx \right)$$

$$EI_z v = -F \left(\frac{x^3}{6} - L \frac{x^2}{2} \right)$$

Dând valori lui x în ecuațiile de mai sus, se pot afla săgeata și rotirea în orice punct de pe grindă. Pentru punctul de aplicație al forței F ($x=L$), deplasările (săgeată, rotire) sunt maxime și notând săgeata maximă cu f , se obține

$$\varphi_{max} = \frac{FL^2}{2EI_z}$$

$$v_{max} = f = \frac{FL^3}{3EI_z}$$

Tensiuni și alungiri specifice

Ținând cont de expresia săgeții maxime f , ecuația săgeților și momentul pot fi rescrise

$$v = -\frac{Fx^2}{6EI_z}(3L-x) = \frac{fx^2}{2L^3}(3L-x)$$

$$-M_z(x) = EI_z \frac{3f}{L^3}(L-x)$$

Tensiunea la suprafața grinzii se calculează cu relația lui Navier

$$\sigma(x) = \frac{3Efh}{2L^3}(L-x)$$

Mărcile tensometrice sunt sensibile la alungirea specifică ε , care se calculează cu ajutorul legii lui Hooke

$$\varepsilon(x) = \frac{\sigma(x)}{E} = \frac{3fh}{2L^3}(L-x)$$

TER este lipit pe fața inferioară a grinzii, în dreptul marcajului de pe corpul dispozitivului ($L_s=63,4\text{mm}$, v. fig. 2), fiind supus la compresiune. Semnalul său de ieșire (proporțional cu alungirea specifică ε) poate fi scris funcție de distanța de la mijlocul TER la încastrare L_s

$$\varepsilon = \frac{3fh}{2L^3}(L-L_s)$$

Mod de lucru

Forța F se introduce cu ajutorul unui șurub micrometric, fiind necunoscută. Se cunoaște numai săgeata f , citită a cu ajutorul șurubului micrometric. Sensorul se montează în sferă de punte. Puntea ar trebui să fie echilibrată când șurubul micrometric atinge suprafața grinzii, fără să o încarce ($f=0$). Acest lucru este dificil de realizat. Deoarece există o relație liniară între alungirea specifică ε și săgeata maximă f , încărcarea poate fi făcută în așa fel încât asemenea erori să nu afecteze măsurările efectuate:

1. Se încarcă grinda cu ajutorul șurubului, până se obține o săgeată $f \in [0,02mm; 0,05mm]$;
2. Se echilibrează din nou puntea tensometrică. Acesta este considerat punctul de start ($f=0$);
3. În continuare se încarcă grinda cu ajutorul șurubului și se măsoară săgeata. Se măsoară Δf și $\Delta \varepsilon$ (fig. 3);
4. Se verifică relația de mai sus.

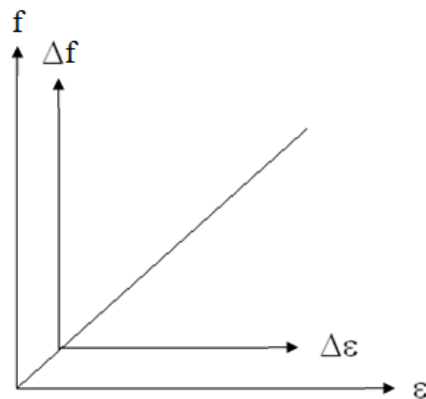


Fig. 3. Încărcarea grinzii cu o săgeată inițială reprezintă punctul de start al măsurărilor, ceea ce echivalează cu deplasarea originii sistemului de referință pe dreapta de calibrare

Bibliografie

1. Avril J. (ed.), *Encyclopédie Vishay d'analyse des contraintes*, Paris, 1984
2. Mocanu D.R. (ed.), *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1,2, Ed. Tehnică, București, 1977

LUCRAREA 4

DETERMINAREA STĂRII DE TENSIUNI DIN BARE SUPUSE LA ÎNCOVOIERE SIMPLĂ

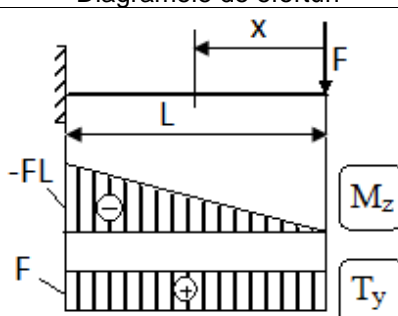
1. Scopul lucrării

Lucrarea are drept scop determinarea, cu ajutorul tensometriei electrice rezistive, a stării de tensiuni dintr-o bară supusă la încovoiere simplă și compararea valorilor acestora cu cele calculate analitic.

2. Considerații generale

Pentru o grindă în consolă, încărcată la capătul liber cu o forță F , diagramele de moment încovoiător M_z și forță tăietoare T_y sunt prezentate în Tab. 1.

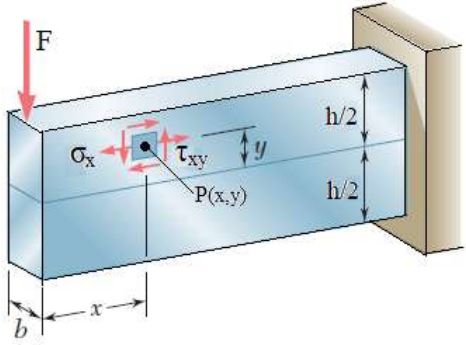
Tab. 1. Eforturile din bara în consolă

Diagramele de eforturi	Expresia eforturilor
	Momentul încovoiător: $M_z(x) = -Fx$ Forța tăietoare: $T_y = F$

3. Noțiuni teoretice

În barele supuse la încovoiere simplă apar tensiuni normale σ și tensiuni tangențiale τ , care pot fi calculate cu relațiile din Tab. 2. Alungirile specifice ε pot fi măsurate cu ajutorul traductoarelor electrotensometrice rezistive (TER), numite și *mărci tensometrice*. Cu ajutorul acestora și a legii lui Hooke generalizate pot fi determinate tensiunile normale și tangențiale. Repartițiile tensiunilor pe secțiunea transversală a grinzii sunt prezentate în Fig. 1.

Tab. 2. Calculul tensiunilor normale și tangențiale la încovoierea simplă

Desenul grinzii	Tensiuni normale și tangențiale în punctul P(x,y)
	<p>Relația Navier:</p> $\sigma_x(x, y) = \frac{M_z(x)}{I_z} y$ $I_z = \frac{bh^3}{12}$ <p>Tensiunea normala maxima se obține pentru $y=h/2$.</p> <p>Relația Juravski:</p> $\tau_{xy}(y) = \frac{T_y S_z(y)}{b(y) I_z}$ <p>Pentru o secțiune dreptunghiulara relația Juravski devine:</p> $\tau_{xy}(y) = 6 \frac{T_y}{bh^3} \left[\left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right]$ <p>Tensiunea tangențiala maxima se afla în planul neutru ($y=0$):</p> $\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T_y}{bh}$

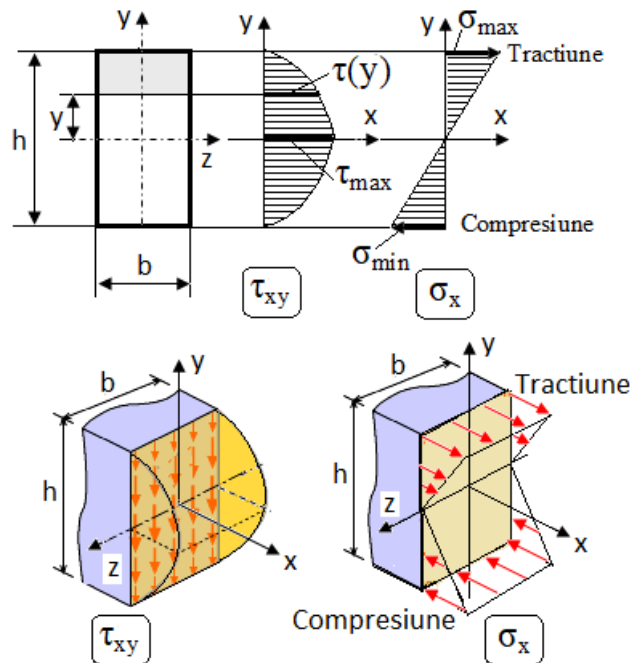
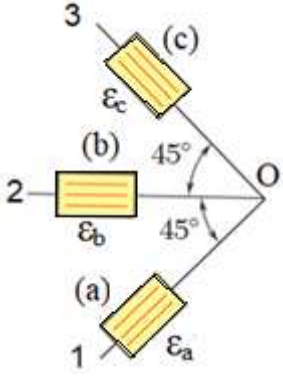


Fig. 1. Repartiția tensiunilor normale și tangențiale pe secțiunea barei

Se observă că: în planul neutru ($y=0$) tensiunile normale sunt nule, iar cele tangențiale sunt maxime; pe fețele superioară și respectiv inferioară ($y=\pm h/2$) tensiunile normale sunt maxime/minime, iar cele tangențiale sunt nule.

În lucrare se vor utiliza atât TER simple, cât și rozete tensometrice rectangulare. TER simple au o singură grilă (de obicei din aliajul Ni-Cu, numit *constantan*) montată pe un suport izolator din polimer. Cu ajutorul lor se măsoară deformația specifică pe o direcție și sunt utilizate pentru stări uniaxiale de tensiuni, atunci când se cunosc direcțiile principale. Rozetele tensometrice rectangulare sunt formate din trei grile care au un suport comun, unghiurile dintre direcțiile grilelor fiind de 45° . Rozetele de acest tip sunt utilizate pentru determinarea stării plane de tensiuni (Tab. 3). În Tab. 3 s-au utilizat notațiile: $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – alungiri specifice principale; σ_1, σ_2 – tensiuni principale; ϕ_1, ϕ_2 – unghiurile dintre direcția grilei (a) și direcțiile principale 1 și 2. La determinarea direcțiilor principale se va ține cont de observațiile din Tab. 3.

Tab. 3. Relații de calcul pentru rozeta rectangulară

Schita rozetei rectangulare*	Relații de calcul
	$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{2}(\varepsilon_a + \varepsilon_c) \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2}$ $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c)$ $\varphi_{1,2} = \arctg\left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c}\right)$ <p>Daca:</p> $\varepsilon_a > 0,5(\varepsilon_a + \varepsilon_c) \rightarrow \varphi_1$ $\varepsilon_a < 0,5(\varepsilon_a + \varepsilon_c) \rightarrow \varphi_2$ $\varepsilon_a = 0,5(\varepsilon_a + \varepsilon_c) \rightarrow \varphi_{1,2} = \pm 45^\circ$ $\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2)$ $\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1)$ $\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = \frac{E}{2(1 + \nu)}\gamma_{xy}$
<p>*Producătorul (compania Vishay) notează grilele cu 1, 2, 3. Aici ele au fost redenumite (a), (b) și (c), pentru a nu confunda lungirile specifice principale (notate cu ε_1 și ε_2 pentru starea plana de tensiuni) cu cele măsurate cu cele trei grile.</p>	

4. Determinări experimentale

4.1. Echipamente, dispozitive

Dispozitivul materializează schema de încărcare prezentată în Tab. 1 și Tab. 2, se montează pe mașina de încercat setată la compresiune și TER se conectează la punți tensometrice.

4.2. Epruvete

Se folosește o bară prismatică, având secțiunea transversală dreptunghiulară, cu laturile b și h , constante pe lungimea probei. La 75 mm de capătul liber s-au executat două canale cu raza $r=2,5\text{mm}$ (Fig. 2). Bara este confecționată din aliaj de aluminiu cu modulul *Young* $E=72\text{GPa}$ și coeficientul *Poisson* $\nu=0,32$. Pe grindă sunt lipite două perechi de mărci tensometrice montate în semipunte: TER 1 și TER 2 (pe fața laterală a grinzii, în vecinătatea canalelor) și respectiv TER 3 și TER 4

(pe fața superioară și respectiv inferioară a grinzii). Pe fața laterală a grinzii mai sunt lipite rozetele tensometrice rectangulare R1 și R2 (Fig. 2). TER 1 și TER 2 nu se folosesc la această lucrare.

4.3. Modul de lucru

Suportul dispozitivului se prinde cu șuruburi pe masa mașinii de încercat. Mașina este setată pentru compresiune. Epruveta 1 este încărcată cu forța F , aplicată asupra bilei de rulment 2 (prinsă cu adeziv într-o gaură din grindă), prin intermediul unui disc care face parte din dotarea mașinii și nu este reprezentat în Fig. 2.

Având dispozitivul, mașina pentru încercări mecanice și punțile tensometrice, se parcurg următoarele etape de lucru:

- se pregătește mașina, reglată compresiune;
- se prinde cu șuruburi dispozitivul pe masa mașinii;
- se conectează TER și rozetele la punțile tensometrice;
- se echilibrează toate canalele punților tensometrice;
- se pornește mașina până la atingerea valorii dorite a forței F (de maxim 1 kN) și apoi se oprește mașina;
- se citesc deformațiile specifice pe fiecare canal al punților tensometrice;
- se descarcă mașina, se deconectează TER de la punțile tensometrice și se demontează dispozitivul.

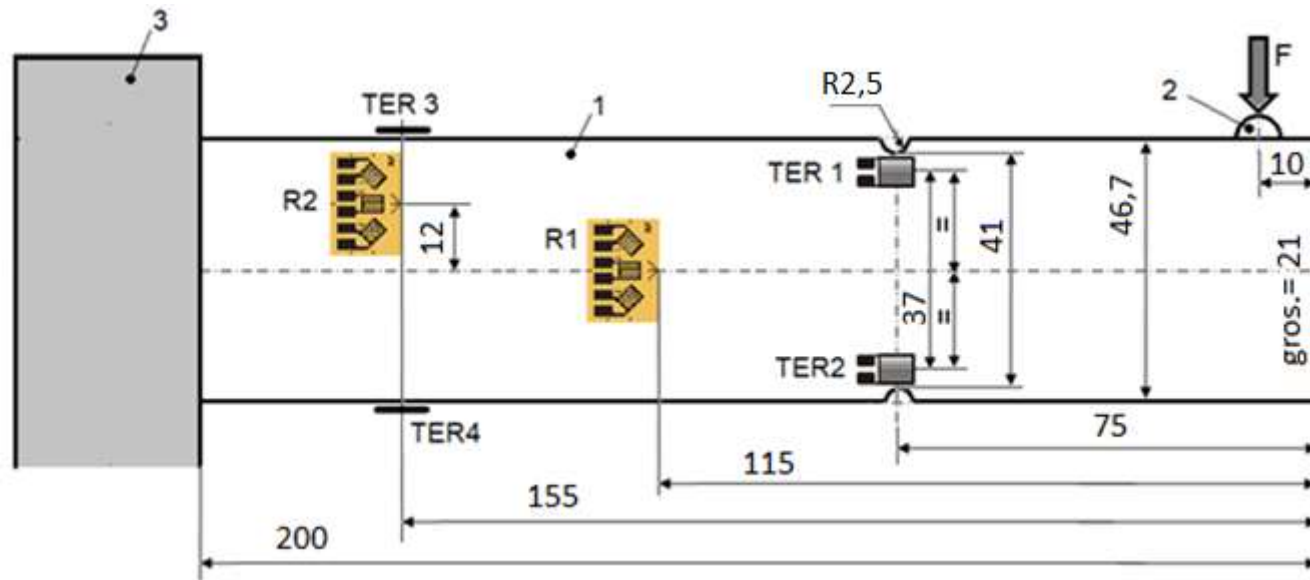


Fig. 2. Dispozitiv: 1-grindă în consolă; 2-bilă de rulment; 3-suport (consolă); TER=traductor electrotensometric rezistiv (*marcă tensometrică*); R=rozetă tensometrică

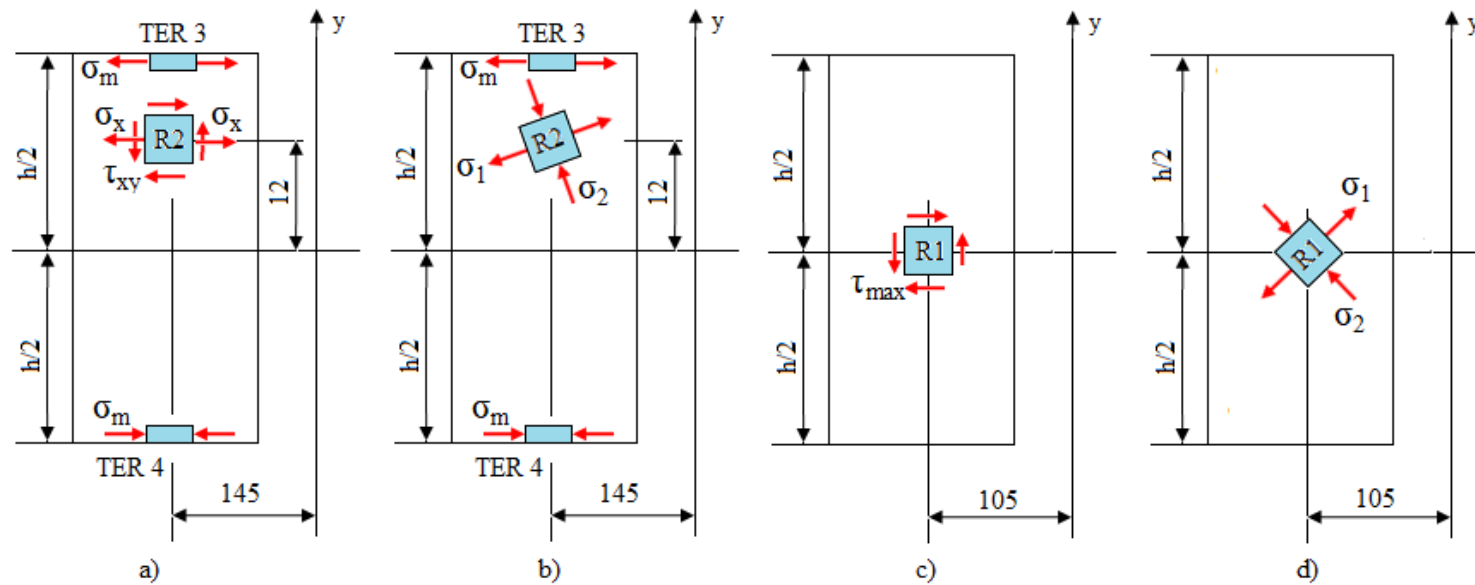


Fig. 3. Porțiune de grindă și starea de tensiuni din zona traductoarelor
(stările de tensiuni principale sunt prezentate în figurile b și c).

Tab. 6. Sinteza rezultatelor experimentale pentru măsurarea cu rozeta R2

Nr. crt.	F [N]	x [mm]	y [mm]	M_z [Nmm]	σ_x [MPa]	τ_{xy} [MPa]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	φ_1 [°]	e [%]

5. Concluzii

În barele supuse la încovoiere simplă apar tensiuni normale σ și tensiuni tangențiale τ , care pot fi calculate cu relațiile lui *Navier* și respectiv *Juravschi*. Ele pot fi determinate experimental cu ajutorul TER și al rozetelor tensometrice. În lucrare s-au determinat aceste tensiuni, precum și abaterile relative între mărimile calculate și cele măsurate.

Bibliografie

- [1] Bârsănescu, P.D., Ciobanu O., *Rezistența materialelor*, Ed. „Gheorghe Asachi”, Iași, 2001
- [2] Buzdugan, Gh., *Rezistența materialelor*, Ed. Academiei, București, 1986
- [3] Mocanu, D.R., *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1, Ed. Tehnică, București, 1977

FIȘA LUCRĂRII DE LABORATOR

DETERMINAREA STĂRII DE TENSIUNI DIN BARE SUPUSE LA INCOVOIERE SIMPLĂ

1. Standarde de referință (sau referințe bibliografice)

- [1] Bârsănescu, P.D., Ciobanu O., *Rezistența materialelor*, Ed. „Gheorghe Asachi”, Iași, 2001
- [2] Buzdugan, Gh., *Rezistența materialelor*, Ed. Academiei, București, 1986
- [3] Mocanu, D.R., *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1, Ed. Tehnică, București, 1977

2. Echipamente și dispozitive

Dispozitivul materializează o grindă în consolă încărcată cu o forță concentrată, se montează pe mașina de încercat setată la compresiune și TER se conectează la punți tensometrice.

3. Epruveta

Se folosește o bară prismatică, având secțiunea transversală dreptunghiulară, cu laturile $b=21\text{mm}$ și $h=46,7\text{mm}$, constante pe lungimea probei. La 75 mm de capătul liber s-au executat două canale cu raza $r=2,5\text{mm}$. Pe grindă sunt lipite două perechi de mărci tensometrice montate în semipunte: TER 1 și TER 2 (pe fața laterală a grinzii, în vecinătatea canalelor) și respectiv TER 3 și TER 4 (pe fața superioară și respectiv inferioară a grinzii). Pe fața laterală a grinzii mai sunt lipite rozetele tensometrice rectangulare R1 și R2. TER 1 și TER 2 nu se folosesc la această lucrare.

4. Materialul epruvetei

Grinda este confecționată din aliaj de aluminiu cu modulul *Young* $E= 72\text{GPa}$ și coeficientul *Poisson* $\nu=0,32$.

5. Caracteristici (mărimi) determinate

TER 3 și TER 4 sunt cuplate în semipunte (cu ambele traductoare active) și în consecință semnalul de ieșire este dublu și trebuie considerată în calcule jumătate din valoarea citită. Cu aceste TER se determină ϵ_{mas} pe fața superioară a grinzii ($y=h/2$). Cu legea lui *Hooke* se calculează apoi tensiunea normală „măsurată”:

$$\sigma_{mas} = E \epsilon_{mas}$$

Tensiunea normală maximă din secțiunea dată se calculează cu relația lui *Navier* ($y=h/2$) va fi numită tensiune „calculată” σ_{calc}

$$\sigma_m = \sigma_{calc} = \frac{M_z(x)}{I_z} \cdot \frac{h}{2}$$

Se determină eroarea relativă

$$e = \frac{\sigma_{mas} - \sigma_{calc}}{\sigma_{calc}} \cdot 100\%$$

Pentru cele două rozete tensometrice, se calculează tensiunile principale σ_1 și σ_2 , rotirea direcțiilor principale ϕ_1 , ϕ_2 și respectiv tensiunile tangențiale τ_{xy} . Cu formula lui *Juravschi* se calculează $\tau_{max,calc}$.

6. Rezultate

In Tab. 1-3 se prezintă sinteza rezultatelor experimentale.

Tab. 1. Sinteza rezultatelor experimentale pentru măsurarea cu TER

Nr. crt.	F [N]	x [mm]	M_z [Nmm]	ϵ_{mas} [$\mu\epsilon$]	σ_{mas} [MPa]	σ_{calc} [MPa]	e [%]

Tab. 2. Sinteza rezultatelor experimentale pentru măsurarea cu rozeta R1

Nr. crt.	F [N]	x [mm]	M _z [Nmm]	τ _{mas} [MPa]	τ _{calc} [MPa]	σ ₁ [MPa]	σ ₂ [MPa]	φ ₁ [°]	e [%]

Tab. 3. Sinteza rezultatelor experimentale pentru măsurarea cu rozeta R2

Nr. crt.	F [N]	x [mm]	y [mm]	M _z [Nmm]	σ _x [MPa]	τ _{xy} [MPa]	σ ₁ [MPa]	σ ₂ [MPa]	φ ₁ [°]	e [%]

7. Concluzii

În barele supuse la încovoiere simplă apar tensiuni σ și τ , care pot fi calculate cu relațiile lui *Navier* și respectiv *Juravschi* și pot fi determinate experimental cu TER și rozete tensometrice.

Data:

STUDENT,

Numele și prenumele:

Semnătura,

DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE CONCENTRARE A TENSIUNILOR

1. Scopul lucrării

Lucrarea are drept scop determinarea, cu ajutorul tensometriei electrice rezistive, a coeficientului de concentrare a tensiunilor (numit și factor de formă al concentratorului) dintr-o bară supusă la încovoiere simplă, având o secțiune cu două creștături simetrice.

2. Considerații generale

Majoritatea organelor de mașini sunt supuse la solicitări variabile în timp. În zonele în care se produce o variație bruscă a secțiunii (găuri, caneluri, canale de pană, filete etc.) starea de tensiuni este profund modificată și nu urmează legile simple stabilite de Rezistența materialelor. În vecinătatea acestor zone apar creșteri însemnate ale tensiunilor în raport cu cele calculate la Rezistența materialelor, fenomen numit *concentrarea tensiunilor*. Zonele în care apare acest fenomen se numesc *concentratori de tensiuni*. Fenomenul de concentrare a tensiunilor are o influență majoră asupra duratei de viață la oboseală (anduranță). Din acest motiv, studiul concentratorilor de tensiuni are o mare importanță teoretică și practică.

3. Noțiuni teoretice

În cazul solicitărilor statice în domeniul liniar-elastic se stabilește un *coeficient de concentrare a tensiunilor*

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$$

unde σ_n este tensiunea nominală (calculată cu relații din Rezistența materialelor), iar σ_{max} este tensiunea maximă din dreptul concentratorului de tensiuni. Acest coeficient ține cont numai de geometria concentratorului și din acest motiv se mai numește și coeficient de formă (Fig. 1).

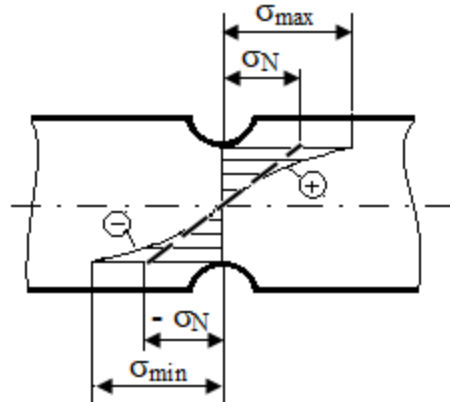


Fig. 1. Variația tensiunilor în zona unui concentrator de tensiuni de pe o grindă: σ_N = tensiunea nominală (calculată cu formula lui Navier); σ_{max} =tensiunea maximă, determinată experimental, analitic sau numeric

În cazul comportamentului ductil, după atingerea tensiunii de curgere se produce o uniformizare a tensiunilor din zona concentratorului. Pentru asemenea materiale supuse la solicitări statice nu se ia în considerație efectul de concentrare a tensiunilor. Prezența concentratorilor de tensiuni poate însă conduce la scăderea pronunțată a duratei de viață la oboseală. Experiența arată că în prezența concentratorilor durata de viață la oboseală este influențată nu numai de α_k , ci și de natura materialului, structura sa, tratamente termice etc. În acest caz se stabilește un *coeficient efectiv de concentrare a tensiunilor la solicitări variabile*

$$K_\sigma = \frac{\sigma_R}{\sigma_{Rk}}$$

unde σ_R este rezistența la oboseală a epruvetei standard (fără concentrator), iar σ_{Rk} este rezistența la oboseală a epruvetei cu concentrator. Coeficientul K_σ este o mărime complexă, care depinde de mulți factori, inclusiv de asimetria ciclului. Acest lucru face dificilă utilizarea datelor din literatură și din acest motiv se recomandă experimentarea pe piese și ansambluri reale (*full scale*), ori de câte ori este posibil.

Legătura dintre cei doi coeficienți de mai sus se face cu relația

$$K_\sigma = 1 + \eta_k(\alpha_k - 1)$$

unde η_k este *coeficientul de sensibilitate a materialului*. Valorile sale sunt date în diagrame, funcție de tipul și geometria concentratorului și raportul σ_c / σ_r dintre tensiunea de curgere și cea de rupere (rezistența la rupere).

4. Determinări experimentale

4.1. Echipamente, dispozitive

Se folosește dispozitivul prezentat la lucrarea *Determinarea stării de tensiuni din bare supuse la încovoiere simplă*, care materializează o grindă în consolă, încărcată cu o forță concentrată la capătul liber.

4.2. Epruvete

Se folosește epruveta prezentată în Fig. 2 din lucrarea menționată mai sus. Aceasta este o bară prismatică, având secțiunea transversală dreptunghiulară, cu laturile b și h , constante pe lungimea probei. La 65 mm de punctul de aplicare a forței s-au executat două canale cu raza $r=2,5$ mm. Bara este confecționată din aliaj de aluminiu cu modulul *Young* $E= 72\text{GPa}$ și coeficientul *Poisson* $\nu=0,32$.

Pe fața laterală a grinzii, în vecinătatea concentratorului de tensiuni, sunt lipite două perechi de traductoare electrotensometrice rezistive (*mărci tensometrice*) montate în semipunte și notate TER 1 și TER 2.

În Fig. 2 se prezintă un detaliu cu zona concentratorului de pe epruveta din lucrarea *Determinarea stării de tensiuni din bare supuse la încovoiere simplă*. Cu y_m s-a notat distanța de la axa neutră la mijlocul TER ($y_m=18,5\text{mm}$), cu H lățimea grinzii, iar cu h lățimea grinzii în dreptul concentratorului de tensiuni.

4.3. Modul de lucru

Suportul dispozitivului se prinde cu șuruburi pe masa mașinii de încercat. Mașina este setată pentru compresiune. Epruveta 1 este încărcată cu forța F , aplicată asupra bilei de rulment 2 (prinsă cu adeziv într-o gaură din grindă), prin intermediul unui disc care face parte din dotarea mașinii.

Având dispozitivul, mașina pentru încercări mecanice și puntea tensometrică, se parcurg următoarele etape de lucru:

- se pregătește mașina, reglată compresiune;
- se prinde cu șuruburi dispozitivul pe masa mașinii;
- se conectează TER 1 și TER 2 (legate în semipunte) la puntea tensometrică;
- se echilibrează puntea tensometrică;
- se pornește mașina până la atingerea valorii dorite a forței F (de maxim 1 kN) și apoi se oprește mașina;
- se citesc deformațiile specifice afișate de puntea tensometrică;
- se descarcă mașina, se deconectează TER de la puntea tensometrică și se demontează dispozitivul.

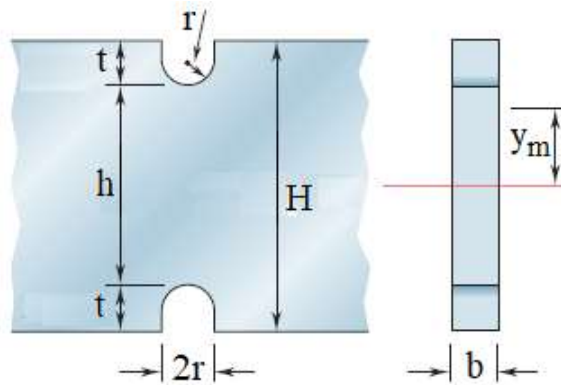


Fig. 2. Zona concentratorului de pe grindă (detaliu)

4.4. Prelucrarea datelor experimentale

Tensiunea maximă la fundul canalului poate fi determinată doar aproximativ cu ajutorul mărcilor tensometrice, deoarece ele dau un semnal proporțional cu alungirea specifică medie de pe suprafața grilei ε_{med} . Cu relația lui Navier se va calcula tensiunea nominală în centrul grilei ($x=65\text{mm}$, $y=y_m=37/2\text{ mm}$):

$$\sigma_n = \frac{M_z}{I_z} y_m$$

unde

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

TER 3 și TER 4 sunt cuplate în semipunte (cu ambele traductoare active) și în consecință semnalul de ieșire este dublu și trebuie considerată în calcule jumătate din valoarea citită, care va fi proporțională cu alungirea specifică ε_{mas} . Având această valoare, cu ajutorului legii lui Hooke se determină tensiunea „măsurată”:

$$\sigma_{mas} = E\varepsilon_{mas}$$

Se calculează coeficientul de concentrare a tensiunilor α_k , înlocuind în prima relație σ_{max} cu σ_{mas} . Pentru a obține o valoare mai precisă a coeficientului α_k se pot utiliza următoarele metode:

- pentru măsurări în zona concentratorilor de tensiuni se preferă TER de dimensiuni cât mai mici, deoarece tensiunile maxime sunt strict localizate;
- se pot utiliza lanțuri de TER (până la 10 TER de mici dimensiuni, montate pe același suport), cu ajutorul cărora se poate determina tensiunea maximă prin extrapolare.

Se determină coeficientul efectiv de concentrare a tensiunilor K_σ din Fig. 3.

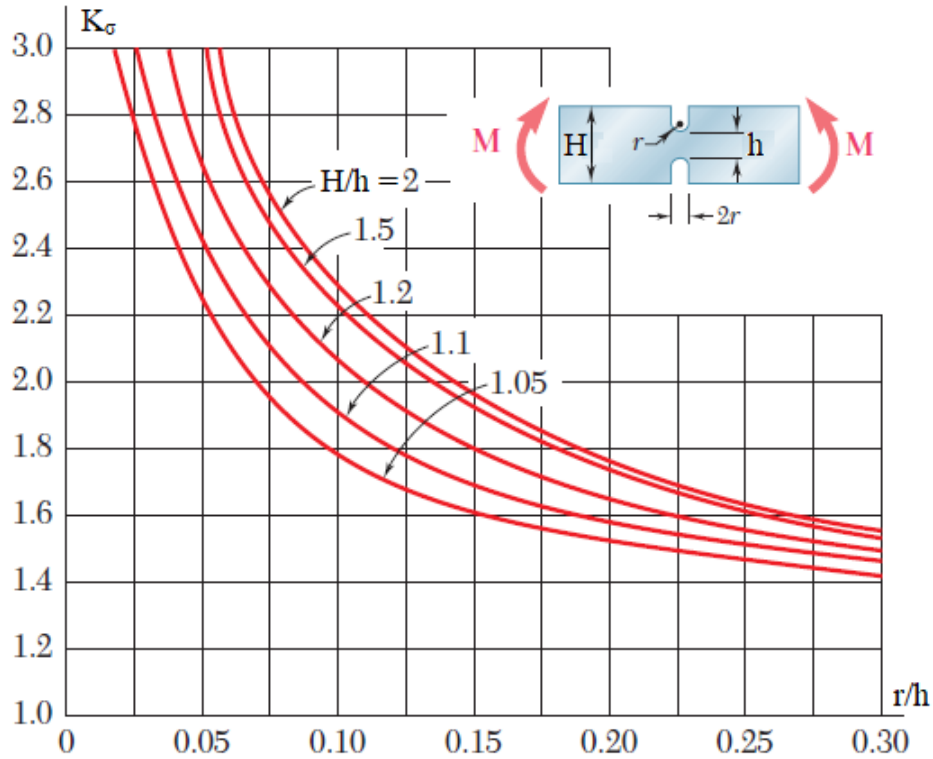


Fig. 3. Factorul de concentrare a tensiunilor pentru o grindă cu secțiune dreptunghiulară, cu două canale simetrice [3]

Tab. 1. Sinteza rezultatelor experimentale pentru măsurarea cu TER

Nr. crt.	F [N]	x [mm]	M_z [Nmm]	σ_{mas} [MPa]	σ_n [MPa]	α_k	K_σ

5. Concluzii

Concentratorii de tensiuni contribuie la scăderea pronunțată a duratei de viață la oboseală. Dat fiind efectul lor nefavorabil, la proiectare se iau măsuri constructive pentru a micșora influența acestora.

Bibliografie

- [1] Buzdugan, Gh., *Rezistența materialelor*, Ed. Academiei, București, 1986
- [2] Mocanu, D.R., *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1, Ed. Tehnică, București, 1977
- [3] Pilkey W.D., *Peterson's Stress Concentration Factors*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1997

FIȘA LUCRĂRII DE LABORATOR

DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE CONCENTRARE A TENSIUNILOR

1. Standarde de referință (sau referințe bibliografice)

- [1] Buzdugan, Gh., *Rezistența materialelor*, Ed. Academiei, București, 1986
- [2] Mocanu, D.R., *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1, Ed. Tehnică, București, 1977
- [3] Pilkey W.D., *Peterson's Stress Concentration Factors*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1997

2. Echipamente și dispozitive

Dispozitivul materializează o grindă în consolă încărcată cu o forță concentrată, se montează pe mașina de încercat setată la compresiune și TER se conectează la punți tensometrice.

3. Epruveta

Se folosește o bară prismatică, având secțiunea transversală dreptunghiulară, cu laturile $b=21\text{mm}$ și $h=46,7\text{mm}$, constante pe lungimea probei. La 75 mm de capătul liber s-au executat doua canale cu raza $r=2,5\text{mm}$. Pe grindă sunt lipite două perechi de mărci tensometrice montate în semipunte: și două rozete tensometrice. Numai TER 1 și TER 2 (lipite pe fața laterală a grinzii, în vecinătatea canalelor) se folosesc la această lucrare.

4. Materialul epruvetei

Grinda este confecționată din aliaj de aluminiu cu modulul *Young* $E= 72\text{GPa}$ și coeficientul *Poisson* $\nu=0,32$.

5. Caracteristici (mărimi) determinate

TER 1 și TER 2 sunt cuplate în semipunte (cu ambele traductoare active) și în consecință semnalul de ieșire este dublu și trebuie considerată în calcule jumătate din valoarea citită.

Tensiunea maximă la fundul canalului poate fi determinată doar aproximativ cu ajutorul mărcilor tensometrice, deoarece ele dau un semnal proporțional cu alungirea specifică medie de pe suprafața grilei ε_{med} . Cu relația lui *Navier* se va calcula tensiunea nominală în centrul grilei ($x=65\text{mm}$, $y=y_m=37/2 \text{ mm}$):

$$\sigma_n = \frac{M_z}{I_z} y_m$$

unde

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

TER 3 și TER 4 sunt cuplate în semipunte (cu ambele traductoare active) și în consecință semnalul de ieșire este dublu și trebuie considerată în calcule jumătate din valoarea citită, care va fi proporțională cu alungirea specifică ε_{mas} . Având această valoare, cu ajutorul legii lui *Hooke* se determină tensiunea „măsurată”:

$$\sigma_{\text{mas}} = E \varepsilon_{\text{mas}}$$

Se calculează coeficientul de concentrare a tensiunilor α_k , înlocuind σ_{max} cu σ_{mas}

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_n}$$

Se determină coeficientul efectiv de concentrare a tensiunilor K_σ din diagrama prezentată în lucrare.

6. Rezultate

In Tab. 1 se prezintă sinteza rezultatelor experimentale.

Tab. 1. Sinteza rezultatelor experimentale pentru măsurarea cu TER

Nr. crt.	F [N]	x [mm]	M _z [Nmm]	σ _{mas} [MPa]	σ _n [MPa]	α _k	K _σ

7. Concluzii

Concentratorii de tensiuni contribuie la scăderea pronunțată a duratei de viață la oboseală. Dat fiind efectul lor nefavorabil, la proiectare se iau măsuri constructive pentru a micșora influența acestora.

Data:

STUDENT,

Numele și prenumele:

Semnătura,

**MASURĂRI TENSOMETRICE ÎN VECINĂTATEA CONCENTRATORILOR
DE TENSIUNI**

Placă cu gaură supusă la tracțiune

Această problemă a fost rezolvată în Teoria elasticității, presupunând o placă subțire infinită, în care este practicată o gaură străpunsă de mici dimensiuni (de rază a). Un element de placă este solicitat cu tensiuni normale pe direcție radială σ_r , pe direcție tangențială σ_t , precum și cu tensiuni tangențiale τ_{rt} (care nu sunt prezentate în fig. 1).

Starea de tensiuni din placă este următoarea (cu r s-a notat raza curentă):

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{\sigma}{2} \left\{ \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] + \left[1 - 4 \left(\frac{a}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right] \cos 2\theta \right\} \\ \sigma_t &= \frac{\sigma}{2} \left\{ \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] - \left[1 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right] \cos 2\theta \right\} \\ \tau_{rt} &= -\frac{\sigma}{2} \left[1 + 2 \left(\frac{a}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right] \sin 2\theta\end{aligned}$$

În lungul axei Oy ($\theta = \pi/2$) componentele tensiunii sunt

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{3\sigma a^2}{2r^2} \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \\ \sigma_t &= \sigma \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right] \\ \tau_{rt} &= 0\end{aligned}$$

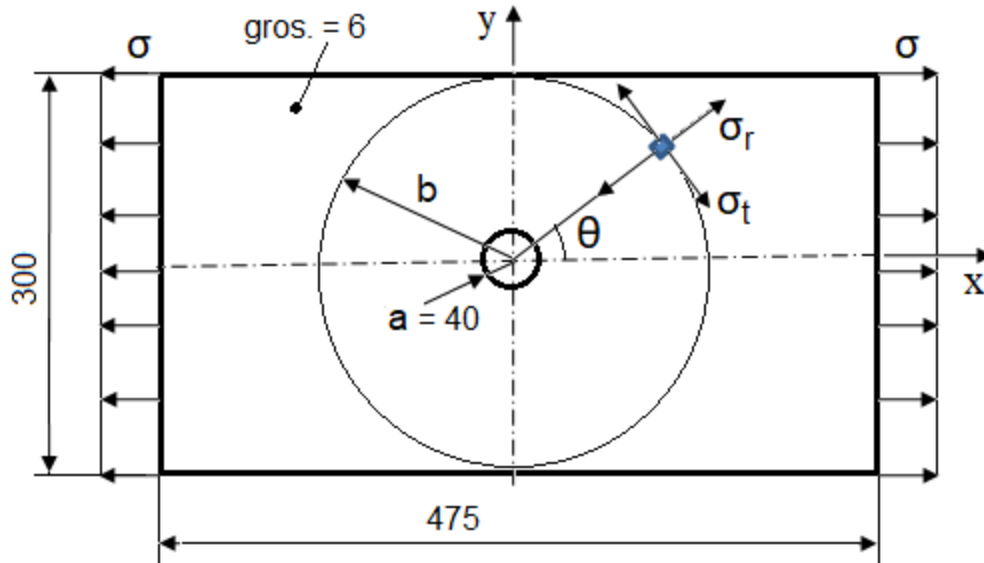


Fig. 1. Placa cu gaură supusă la tracțiune (nu sunt prezentate tensiunile tangențiale)

Pentru $r=a$ (la frontiera găurii) tensiunile normale devin

$$\sigma_r = 0; \quad \sigma_t = 3\sigma$$

Astfel, pentru $\theta=\pi/2$ și $r=a$, tensiunea normală orientată pe direcția axei Ox este de trei ori mai mare decât tensiunea nominală σ , produsă prin tracționarea plăcii. Acest salt în diagrama tensiunilor este datorat prezenței concentratorului de tensiuni (gaura de rază a). În cazul solicitărilor statice în domeniul liniar-elastic se stabilește un *coeficient de concentrare a tensiunilor*

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$$

unde σ_n este tensiunea nominală (calculată cu relații din Rezistența materialelor), iar σ_{max} este tensiunea maximă din dreptul concentratorului de tensiuni. Acest coeficient ține cont numai de geometria concentratorului și din acest motiv se mai numește și coeficient de formă. În cazul studiat coeficientul are valoarea

$$\alpha_k = \frac{3\sigma}{\sigma} = 3$$

Când placa are dimensiuni finite ipotezele inițiale pentru care s-au dedus relațiile de mai sus nu mai sunt respectate și coeficientul α_k trebuie să fie corectat (fig. 2).

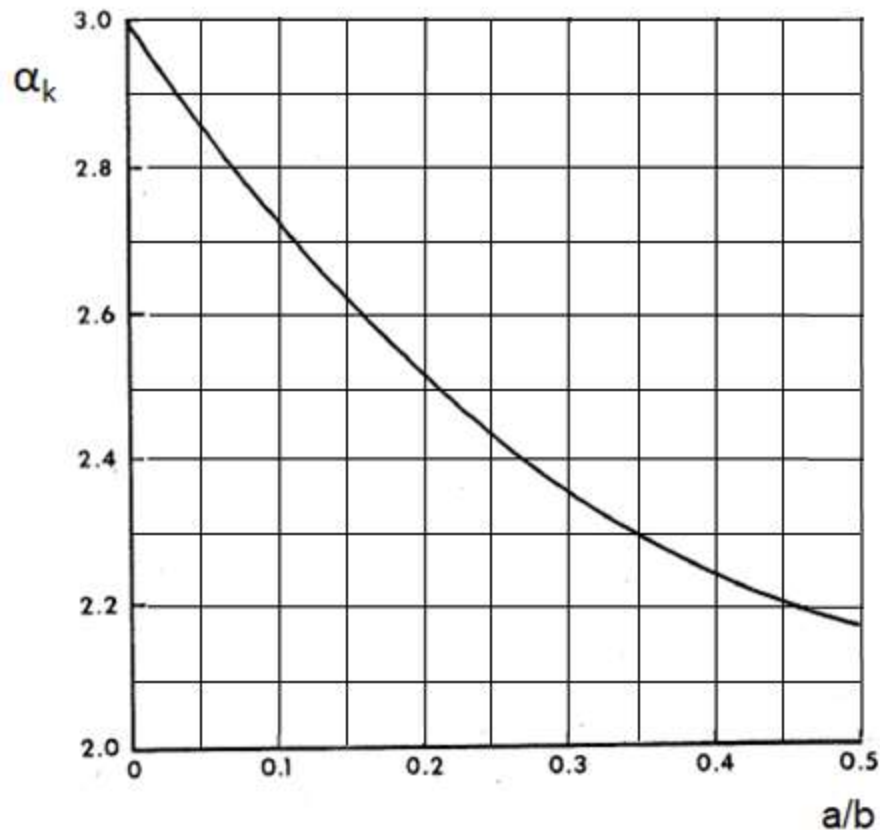


Fig. 2. Variația tensiunii σ_k funcție de raportul a/b , pentru $r=a$

În cazul măsurărilor cu TER în zona concentratorilor de tensiuni, trebuie să se țină cont de următoarele aspecte:

- TER dau un semnal de ieșire proporțional cu alungirea specifică medie de pe suprafața grilei (efectul de mediere sau de integrare);
- În zona concentratorilor gradientii tensiunilor sunt importanți.

Ținând cont de cele de mai sus, pentru măsurări în zona concentratorilor se vor alege TER cu suprafața grilei cât mai mică, amplasați cât mai aproape posibil de punctul în care tensiunea este maximă. Pentru a ține cont de efectul de integrare, în cele ce urmează se va considera că, în cazul TER cu grila de mici dimensiuni (de exemplu $1,5 \times 1,5 \text{ mm}$), semnalul de ieșire va fi proporțional cu alungirea specifică din punctul aflat în centrul grilei. Dacă se utilizează un singur TER, condițiile de mai sus sunt dificil de îndeplinit și din acest motiv se pot genera erori importante. În cazul studiat, grila TER poate fi foarte aproape de marginea găurii (însa doar într-un caz particular poate fi tangentă la aceasta), dar centrul grilei se află la distanța (d) față de marginea găurii. Dacă se utilizează mai multe TER, amplasate la distanțe egale (e), precizia măsurărilor tensometrice poate să crească prin extrapolare. În fig. 3 s-au notat cu

m_1 , m_2 , și m_3 valorile măsurate cu cele trei TER, iar cu M valoarea maximă a alungirii specifice, din punctul aflat pe tangenta la gaură.

Pentru mărirea preciziei măsurărilor tensometrice din zona concentratorilor de tensiuni se utilizează lanțuri de traductoare, amplasate pe același suport, la distanțe (e) precis determinate din fabricație, având grile de mici dimensiuni.

Se fac măsurări pe o placă de aluminiu turnat, având modulul Young $E_{Al}=68,7\text{GPa}$ și coeficientul Poisson $\nu_{Al}=0,28$, cu ajutorul unui lanț de 10 TER tip EA-06-045PG-120 (Fig. 3), produse de Vishay Micro-Measurements. Traductoarele au următoarele caracteristici: $R=120\Omega\pm 0,5\%$, factorul TER $k=2,05\pm 1\%$, factorul de sensibilitate transversală $K_t=0,8\pm 0,2\%$. Lanțul de TER a fost lipit cu o grilă cât mai apropiată de marginea găurii. Grilele au dimensiunile $1,5\text{mm}\times 1,5\text{mm}$ și sunt amplasate pe suport cu pasul $e=2,4\text{mm}$. Încărcarea plăcii se face cu ajutorul unui șurub. Tensiunea nominală σ_n se determină cu ajutorul unui TER lipit la o distanță suficient de mare de gaură și respectiv de marginile plăcii.

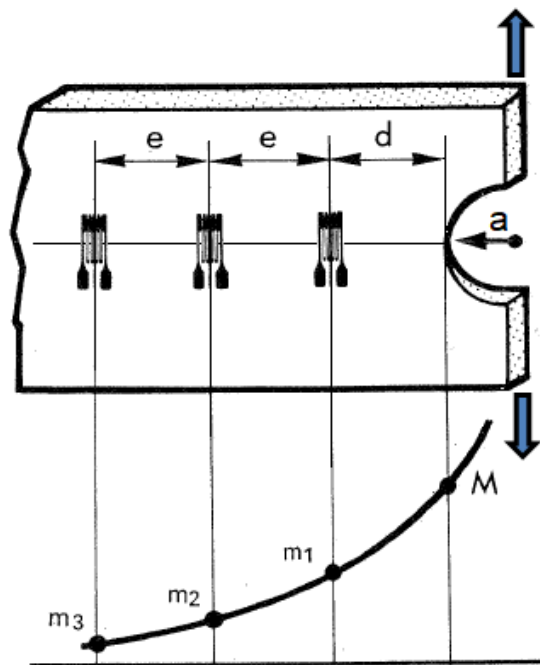


Fig. 3. Variația semnalelor de ieșire ale TER (m_1 , m_2 , m_3) funcție de distanța față de marginea găurii și aflarea alungirii specifice maxime M



Fig. 3. Lanț de 10 TER montate pe același suport

Tab. 1. Prelucrarea datelor experimentale

Semnal ieșire m al TER nr.										d [mm]	e [mm]	M [$\mu\varepsilon$]	σ_n [MPa]	σ_M [MPa]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
										2	2,4			

Astfel, prin extrapolare, poate crește precizia determinărilor tensometrice în vecinătatea concentratorilor de tensiuni.

Bibliografie

4. Avril J. (ed.), *Encyclopédie Vishay d'analyse des contraintes*, Paris, 1984
5. Mocanu D.R. (ed.), *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1,2, Ed. Tehnică, București, 1977

CALIBRAREA LACULUI FOTOELASTIC

Cunoașterea sensibilității optice la deformații a lacului fotoelastic este esențială pentru analiza experimentală a tensiunilor prin metoda fotoelasticimetricii.

Relația de bază din fotoelasticimetrica prin reflexie este

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{N\lambda}{2tK} = Nf$$

unde

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ = deformații principale [mm/mm]

N = ordinul de franjă

λ = lungimea de undă a luminii (pentru lumina albă $\lambda = 575$ nm)

t = grosimea lacului fotoelastic [m]

K = coeficientul de sensibilitate optică la deformații a lacului (adimensional)

f = valoarea franjei (m/m)/franjă.

Coeficientul K este o caracteristică a materialului fotoelastic, fiind independent de grosimea stratului sau de lungimea drumului parcurs de lumină prin acest material. Pentru lacurile fotoelastice uzuale K ia valori în intervalul $K \in [0,08; 0,15]$. Coeficientul K are valori mai mari pentru lacurile mai sensibile. Valoarea franjei f depinde de grosimea stratului de lac. Pentru majoritatea aplicațiilor $f \in [500, 3000] \mu\text{m}/\text{m}$ pe franjă. Valorile mai scăzute corespund lacurilor mai sensibile.

Valoarea franjei poate fi calculată cu relația de mai sus

$$f = \frac{\lambda}{2tK}$$

Pentru o precizie mai ridicată, coeficientul K trebuie să fie determinat experimental, prin calibrare, pentru fiecare lac fotoelastic. În acest scop, în cazul fotoelasticimetricii prin reflexie (metoda PhotoStress) se utilizează dispozitivul PSC-1, produs de Micro-Measurements, care face parte din Vishay Precision Group (fig. 1). Dispozitivul materializează o grindă în consolă, încărcată la capătul liber cu ajutorul unui șurub micrometric, cu care se măsoară săgeata maximă. Grinda elastică este confecționată dintr-un aliaj de aluminiu (2024 T4 sau 7075 T6). Dimensiunile secțiunii transversale sunt $25,4 \times 6,35 \pm 0,025$ mm.

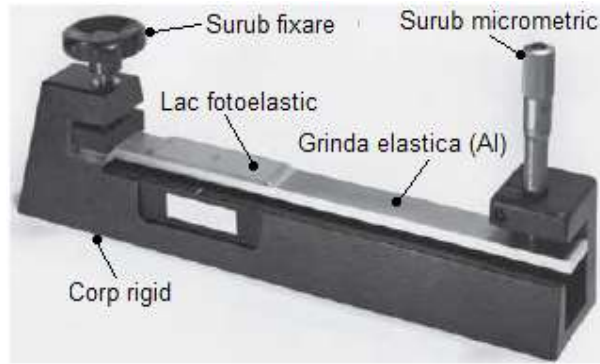


Fig. 1. Dispozitiv de calibrare PSC-1 (Micro-Measurements, TN 701)

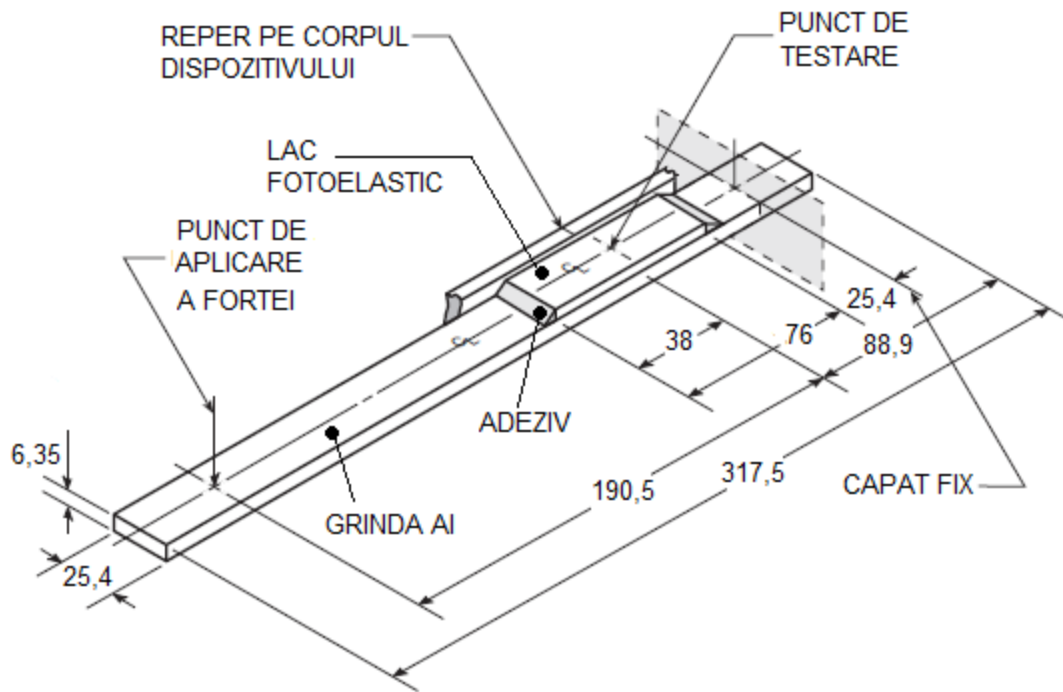


Fig. 2. Grinda elastică cu porțiunea de lac fotoelastic (dispozitiv PSC-1, Micro-Measurements, TN 701)

Modul de lucru

Lipirea lacului fotoelastic se face astfel:

1. Se verifică suprafața grinzii de Al, grosimea ei (cu respectarea toleranțelor), apoi se curăță și se degresează (v. Application Note IB-223, Micro-Measurement);
2. Se pregătește eșantionul de lac supus calibrării (25×76mm), se măsoară grosimea cu micrometrul, după care se curăță și se degresează;

3. Se lipește pe fața superioară a grinzii de Al, în dreptul reperului marcat pe corpul dispozitivului, cu un strat subțire din același adeziv cu care se va lipi stratul de lac pe piesa);
4. Se presează eșantionul de lac, prin intermediul unei folii, urmat de deplasare progresiva în lungul sau, pentru îndepărtarea adezivului în exces;
5. Se face câte o rampă de adeziv la capetele eșantionului (45°), așa cum se arată în fig. 2, pentru diminuarea efectului de concentrare a tensiunilor. Se așteaptă până la întărirea completă a adezivului.

Pentru calibrarea lacului fotoelastic se parcurg următoarele etape:

1. Se desface suficient șurubul micrometric și se montează grinda cu ajutorul șurubului de fixare (fig. 1);
2. Cu ajutorul unui marcher fin se trasează un reper în forma de cruce în mijlocul eșantionului de calibrat;
3. Se pregătește calibratorul și polariscopul LF/Z-2 pentru măsurări pe direcția normală la grindă. Se observă reperul de pe lacul fotoelastic, în timp ce se rotește încet șurubul micrometric. Când acesta ajunge în contact cu grinda, încep să se observe mici diferențe, care apar ca urmare a birefringenței lacului. Continuăm să rotim șurubul micrometric și să facem citiri la un anumit pas convenabil (de exemplu 0,5mm). Axa compensatorului (model 832) este aliniată cu linia care trece prin centrul eșantionului și este paralelă cu axa grinzii;
4. Se măsoară ordinul de franjă în punctul marcat în centrul eșantionului, pentru poziția inițială. Se rotește șurubul micrometric cu 4 ture complete (creșterea săgeții cu 2,54mm) și se măsoară din nou ordinul de franjă. Se repeta operația, făcând măsurări la fiecare creștere a săgeții cu 2,54mm. Se fac citiri pentru patru creșteri ale săgeții cu 2,54mm. S-au făcut astfel 5 citiri (inclusiv cea inițială, cu grinda neîncărcată). Săgeata maximă nu trebuie să depășească 19mm;

Prelucrarea datelor experimentale

Prelucrarea datelor se face astfel:

1. Se trasează grafic variația ordinului de franja N funcție de săgeata v (măsurata cu micrometrul) și se găsește dreapta care aproximează cel mai bine datele experimentale;
2. Se determină (grafic, sau cu metoda celor mai mici pătrate) panta dreptei de mai sus ($\Delta N/\Delta v$);
3. În nomograme dedicate se trasează un punct având coordonatele: grosime stratului de lac fotoelastic (abscisa) și $\Delta N/\Delta v$ (ordonata). Dacă punctul cade între două curbe trasate pentru diferite valori ale coeficientului de sensibilitate optică a lacului, atunci K se determină prin interpolare (v. Anexa).

Valoarea lui K , găsită cu ajutorul nomogramelor, trebuie să fie corectată ținând cont de grosimea stratului de adeziv și cea a lacului fotoelastic, deoarece măsurările s-au făcut la suprafața stratului de lac, nu la suprafața grinzii. Valorile corectate ale lui K țin cont de grosimea acestor straturi (fig. 3).

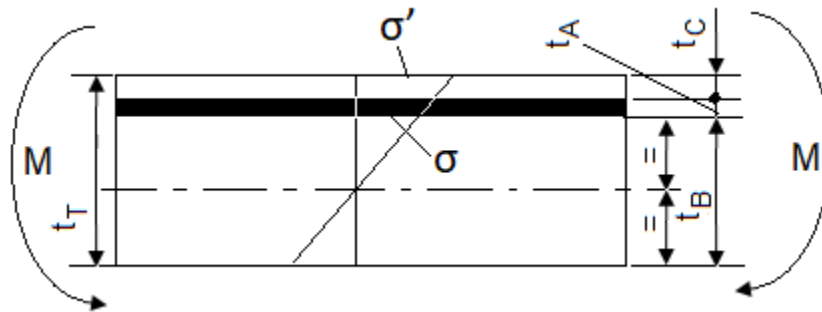


Fig. 3. Porțiune de grindă cu lac fotoelastic (t_B = grosimea grinzii; t_A = grosimea adezivului; t_C = grosimea lacului fotoelastic)

Nomogramele de mai sus sunt trasate pentru o grosime standard a adezivului $t'_A = 0,075mm$. Dacă grosimea stratului de adeziv realizată în laborator este diferită (t_A), atunci se fac corecții cu relația

$$K = K' \left[1 + \frac{2(t'_A - t_A)}{t_B + t_C} \right]$$

unde:

K' este citit din nomograme;

K = valoarea corectată a coeficientului de sensibilitate optică a lacului (pentru deformații)

$t'_A = 0,075mm$, grosimea standard a stratului de adeziv;

t_A = grosimea stratului de adeziv realizat în laborator;

$t_B = 6,35mm$, grosimea grinzii;

t_C = grosimea lacului fotoelastic.

Pentru a determina t_A se măsoară cu un micrometru grosimea inițială a eșantionului de lac și după lipirea pe grindă se măsoară grosimea totală a pachetului grindă+adeziv+lac (t_T):

$$t_A = t_T - t_B - t_C$$

Anexa

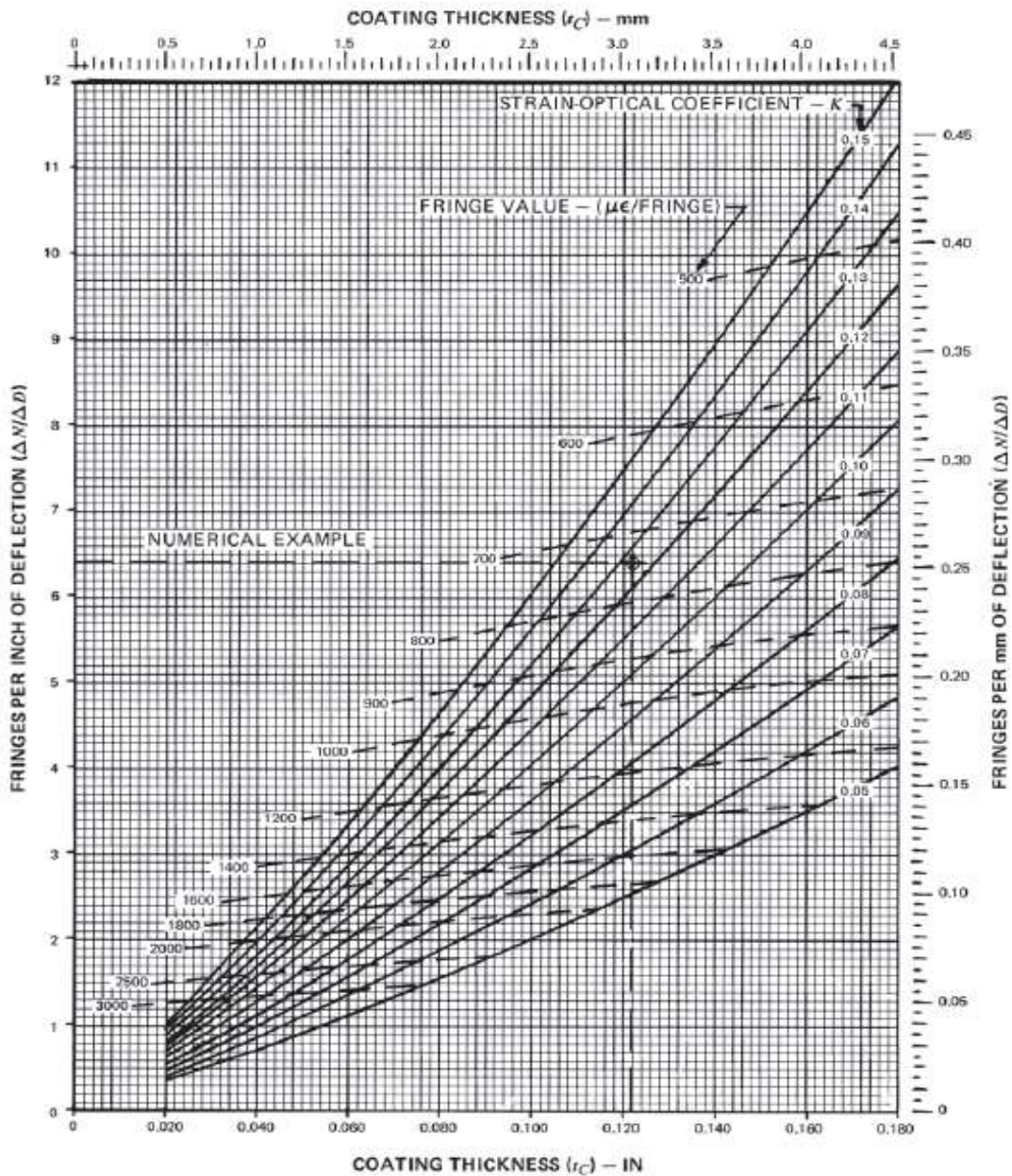


Fig. 4. Nomogramă pentru calibrarea lacului fotoelastic PhotoStress (Micro-Measurement, TN 701)

Bibliografie

1. Avril J. (ed.), Encyclopédie Vishay d'analyse des contraintes, Paris, 1984
2. Micro-Measurement, Tech Note TN 701, *Calibration of PhotoStress Coatings*
3. Mocanu D.R. (ed.), *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol. 1,2, Ed. Tehnică, București, 1977